

線型馬達機台之重複運動控制研究

A Study on Repetitive Control Systems for Linear Motors

¹謝宗憲 ²陳文泉 ²陳英敏 ¹陳響亮 ¹郭卉蓁

¹國立成功大學製造資訊與系統所

²工業技術研究院 機械與系統研究所

摘要

本研究針對週期性響應誤差之消除，運用離散時域下重複性控制理論，建構一可使重複性輸入訊號之響應達到漸近穩定與有效抑制干擾之系統。在理論推導分析方面，本研究藉由完全補償之概念與零相位低通濾波器之導入來補償重複控制器之穩定範圍，以提高系統之強健性。此外，再以命令前饋之概念，導入速度與加速度前饋增益，有效的提升重複性控制器之追蹤能力，改善系統響應誤差。最後經由電腦模擬與實驗，證明本論文所使用之方法可以有效的消除週期性響應誤差。

關鍵字：重複性控制、零相位誤差追蹤控制器、完全追蹤控制器、線性馬達、命令前饋、零相位低通濾波器。

Abstract

The goal of this paper is to eliminate the period tracking error via the design of discrete-time domain repetitive controller. It increases the stabilizing range and enhances the robust performance by adopting the prototype repetitive controller design principle to compensate repetitive control. Furthermore, with the concept of command feedforward, it introduces the feedforward gains of speed and acceleration, which can forcefully enhance the tracking ability of the repetitive controller and improve on the errors of the system. Finally, it puts into practice the theory on a gantry type machinery platform with linear motors. The results prove that the theory can reduce period tracking error successfully.

Keywords : Repetitive Controller、Linear Motor Machine Tool、Prototype Repetitive Controller、Command Feedforward Controller

壹、前言

現今製造產業中所使用的機台設備，大多是配合旋轉馬達、線型馬達與機械手臂進行固定的重複動作，例如裝配、檢測、焊接、噴漆、鑽孔等，為了達到此重複性動作，則必須重複性的輸入運動訊號。如今電子產業的蓬勃發展，其對工作場所潔淨度的要求亦日趨嚴苛，而傳統旋轉馬達必須配合導螺桿之使用方能達成定位之目的，導螺桿傳動時所造成之磨損，則會成為工作場所的重要污染源。直接驅動裝置的線型馬達機台設備，除了無上述污染的問題外，亦無導螺桿傳動所造成背隙和撓曲等問題，況且其具有較高之加速度與精密定位之優點，再加上控制技術的日趨成熟，故近年來愈來愈受到重視。

在生產加工過程中，製造的品質與產量是生產的兩大目標，因此除了高效率與高精度之工具機外，還需搭配高性能的運動控制器來達到一定的需求，才能有效展現機台效能。但對週期性參考輸入之系統而言，其追蹤誤差則通常也會是不收斂之週期性響應。目前業界常使用 PID 控制器或增加控制器增益之方法，來達到消除系統誤差之目標，但此舉會降低定位精度與超越量增加之現象產生。其中較具代表性的解決方法為重複控制(Repetitive Control, 本文簡寫為 RC)或學習控制(Learning Control)[1]。為了瞭解此重複控制架構，本研究以一龍門型線型馬達機台之水平(Y Axis)與垂直軸(Z Axis)為受控場，如圖 1 所示，以典型重複控制器(Prototype repetitive controller)[2][3]之設計概念，分別進行單軸與兩軸運動系統下之研究與實現，驗證所提出之理論方法能有效使系統響應誤差漸近收斂且具強健性。

貳、重複控制理論分析與設計

雖然線性馬達為高速高精度伺服系統，但在高速運動下，還是會有運動跟不上命令而造成伺服落後 (Servo Lag) 的問題，影響線性馬達的定位精度及定位時間。故本研究除了基於 Tomizkua[2][3][4]之架構，另外加入命令前饋迴路以改善追蹤性

能(Tracking Performance)，完成整體設計目標。

2.1 重複控制器之理論分析

首先考慮一原始受控場 G_p 之閉迴路控制方塊圖，假設其為閉迴路穩定之系統，如圖 2 所示，由圖 2 可得不含干擾之原受控場閉迴路轉移函數為 $G_{PC}(z^{-1})$ ：

$$G_{PC}(z^{-1}) = \frac{G_p(z^{-1})}{1 + G_p(z^{-1})} \quad (1)$$

誤差與參考輸入之關係式：

$$\begin{aligned} E(z^{-1}) &= \frac{R(z^{-1}) - D(z^{-1})}{1 + G_p(z^{-1})} \\ &= [1 - G_{PC}(z^{-1})][R(z^{-1}) - D(z^{-1})] \end{aligned} \quad (2)$$

由式 (2) 可看出，在一穩定系統中，若輸入訊號或干擾訊號具週期性，則響應誤差會呈現週期性震盪，無法收斂。加入重複控制器後，則得到如圖 3 之系統架構圖，於圖 3 中，其中 $W(k)$ 為重複控制之命令，可知：

$$W(k) = W(k - N) + E(k - N) \quad (3)$$

由式 (3) 可知，重複控制命令等於前一個週期所產生的控制命令與軌跡追蹤誤差之和，因此可以說明重複性控制器具有記錄歷史項之週期誤差訊號特性，與消除週期性追蹤誤差之能力。此外，也可由此式觀察出，重複控制器對第一週期響應誤差不具消除能力。

2.2 最小增益原理

重複控制系統在設計上最大的挑戰為系統的穩定度，本研究以最小增益原理來進行分析。最小增益原理乃藉由奈氏準則，逐步的對每一個響應誤差的關係式進行分析，以確保系統之穩定度。為了簡化分析，圖 3 可簡化如圖 4 所示，以利最小增益原理分析：

$$E(z^{-1}) = [R(z^{-1}) - D(z^{-1})] \cdot [1 - G_{PC}(z^{-1})] \cdot (1 - z^{-N}) \cdot \left(\frac{1}{1 - z^{-N} \cdot [1 - G_{PC}(z^{-1})]} \right) \quad (4)$$

由上式與最小增益原理，在原始受控場閉迴路穩定之前提下，可明顯觀察出系統的三個穩定條件，分別陳述如下：

1. 由式(1)可知， $1 - G_{PC}(z^{-1}) = \frac{1}{1 + G_P(z^{-1})}$ ，且原始閉迴路穩定，故 $1 - G_{PC}(z^{-1})$ 項為穩定。
2. 由圖 2 本研究假設受控場位置閉迴路為穩定，故可知 $G_{PC}(z^{-1})$ 項為穩定，且已知參考輸入 $R(z^{-1})$ 為週期性訊號，若 $D(z^{-1})$ 之頻率與參考輸入 $R(z^{-1})$ 之重複頻率為諧次 (Harmonic) 關係，且由式 (2) 知 $[R(z^{-1}) - D(z^{-1})] \cdot [1 - G_{PC}(z^{-1})]$ 為無控制器下之系統響應誤差，則可知 $[R(z^{-1}) - D(z^{-1})] \cdot [1 - G_{PC}(z^{-1})] \cdot (1 - z^{-N})$ 項會具抑制干擾之能力使誤差收斂為零。然而若 $D(z^{-1})$ 不具週期性或不為 $R(z^{-1})$ 之諧次頻率，則系統無法對其有效抑制，且易因高頻干擾導致發散。
3. 響應誤差之最後一項 $\frac{1}{1 - z^{-N} \cdot [1 - G_{PC}(z^{-1})]}$ 亦需為穩定，以驗證整體系統之穩定性。由奈氏準則可知，只要滿足式 (5) 條件：

$$\left| z^{-N} \cdot [1 - G_{PC}(z^{-1})] \right| < 1, \omega \in [0, \pi] \quad (5)$$

若要分析系統之穩定範圍，則令：

$$G_{PC}(z^{-1}) = P(\omega T)e^{j\theta(\omega T)}, P(\omega T) \geq 0 \quad (6)$$

$$|1 - P(\omega T)e^{j\theta(\omega T)}| < 1 \quad (7)$$

其中， $P(\omega T)$ 與 θ 分別為為 $G_{PC}(z^{-1})$ 之大小值與相角，故可得系統之穩定條件為：

$$0 \leq P(\omega T) < 2\cos\theta(\omega T) \quad (8)$$

因此，可知條件 (3) 之穩定條件即原始閉迴路受控場轉移函 $G_{PC}(z^{-1})$ 之相角 θ 必需介於 ± 90 度之間，且大小值之限制為 $P(\omega T) < 2\cos\theta(\omega T)$ 。故由式 (8) 之結果與條件 (2)，可看出含重複控制器系統會包含兩個穩定度問題：

1. 系統之穩定性差，極點易受干擾而進入不穩定狀態。
2. 原始閉迴路受控場轉移函數穩定範圍之大小值與相角受限。

2.3 重複控制器之第一階段補償 ($RC + G_f$)

為有效改善穩定條件受限於原始閉迴路受控場之大小值與相角範圍，本研究先以相位補償器 $G_f(z^{-1})$ 之加入進行系統第一階段補償，如圖 5 所示，其中 K_r 為重複控制器之增益，為了簡化分析，圖 5 可簡化如圖 6。由圖 6，響應誤差可表示如下，以利最小增益原理分析：

$$E(z^{-1}) = [R(z^{-1}) - D(z^{-1})] \cdot [1 - G_{PC}(z^{-1})] \cdot (1 - z^{-N}) \cdot \left(\frac{1}{1 - z^{-N} \cdot [1 - K_r \cdot G_f(z^{-1}) \cdot G_{PC}(z^{-1})]} \right) \quad (9)$$

比較式 (4) 與 (9)，由上式與最小增益原理可知，在原始受控場閉迴路穩定之前提下，因前三項並無改變，所以在此先不討論干擾問題，僅針對最後一項進行分析。由奈氏準則可知穩定之條件為：

$$\left| 1 - K_r \cdot G_{PC}(z^{-1}) \cdot G_f(z^{-1}) \right|_{z=e^{j\omega T}} < 1, \omega \in [0, \pi] \quad (10)$$

分析系統符合式 (10) 條件之範圍，令 $z = e^{j\omega T}$ ：

$$G_f(z^{-1}) = F(\omega T) e^{j\phi(\omega T)}, F(\omega T) \geq 0 \quad (11)$$

$$\left| 1 - K_r P(\omega T) F(\omega T) e^{j[\phi(\omega T) + \theta(\omega T)]} \right| < 1 \quad (12)$$

其中， $F(\omega T)$ 與 ϕ 分別為為 $G_f(z^{-1})$ 之大小值與相角，故可得系統之穩定條件為：

$$0 \leq P(\omega T) < \frac{2 \cos[\theta(\omega T) + \phi(\omega T)]}{K_r F(\omega T)} \quad (13)$$

因此，可知系統之穩定條件範圍將可藉由相位補償器之導入，調整 K_r 、 $F(\omega T)$ 與 $\phi(\omega T)$ 值以滿足系統大小值之限制，並使相角 θ 不限於 ± 90 度之間，但必要條件為 $\theta + \phi$ 之相角仍需介於 ± 90 度之間。

2.4 重複控制器之第二階段補償 ($RC + G_f + Q$)

考慮圖 7 之包含前饋與時間延遲所構成之正回授迴路的重複控制器架構，可知重複控制器的轉移函數 $T_R(z^{-1})$ 如式(14)所示，且極零點關係圖如圖 8 所示。由圖可看出其極零點皆位於單位圓上，易導致系統之極點受到高頻干擾而進入不穩定狀態。

$$T_R(z^{-1}) = 1 + \frac{z^{-N}}{1 - z^{-N}} = \frac{1}{1 - z^{-N}} \quad (14)$$

如上所述，圖 8 位於單位圓上之極點是由 z^{-N} 所造成。針對高頻干擾之濾除，本研究以對系統進行第二階段補償，如圖 9 所示，藉由加入無相位落後之零相位低通濾波器 $Q(z, z^{-1})$ 於重複控制器的正回授迴路內，增加系統在高頻處的強健性。

為了簡化分析，圖 9 可簡化如圖 10 所示，以利最小增益原理分析：

$$E(z^{-1}) = [R(z^{-1}) - D(z^{-1})] \cdot [1 - G_{PC}(z^{-1})] \cdot (1 - Q(z, z^{-1}) \cdot z^{-N}) \cdot \left(\frac{1}{1 - Q(z, z^{-1}) \cdot z^{-N} \cdot [1 - K_r \cdot G_f(z^{-1}) \cdot G_{PC}(z^{-1})]} \right) \quad (15)$$

由式 (15) 與最小增益原理可知穩定之條件為：

1. 因 $1 - G_{PC}(z^{-1}) = \frac{1}{1 + G_P(z^{-1})}$ ，且原始閉迴路穩定，故 $1 - G_{PC}(z^{-1})$ 穩定。
2. 因 $Q(z, z^{-1})$ 為零相位低通濾波器，故低頻增益小於或等於 1，因此可知 $[R(z^{-1}) - D(z^{-1})] \cdot [1 - G_{PC}(z^{-1})] \cdot [1 - Q(z, z^{-1}) \cdot z^{-N}]$ 為穩定，可增加系統強健性，抑制高頻干擾。
3. 響應誤差之最後一項 $\frac{1}{1 - Q(z, z^{-1}) \cdot z^{-N} \cdot [1 - K_r \cdot G_f(z^{-1}) \cdot G_{PC}(z^{-1})]}$ 亦需為穩定，以驗證整體系統之穩定性。由奈氏準則可知，只要滿足下列條件：

$$\left| Q(z, z^{-1}) \cdot [1 - K_r \cdot G_{PC}(z^{-1}) \cdot G_f(z^{-1})] \right|_{z=e^{j\omega T}} < 1, \omega \in [0, \pi] \quad (16)$$

分析系統符合上述條件之範圍，令：

$$Q(z, z^{-1}) = Q(\omega T) \cdot e^{j0} = Q(\omega T), 0 \leq Q(\omega T) \leq 1 \quad (17)$$

$$\left| Q(\omega T) \cdot [1 - K_r P(\omega T) F(\omega T) e^{j[\phi(\omega T) + \theta(\omega T)]}] \right| < 1 \quad (18)$$

其中， $Q(\omega T)$ 為 $Q(z, z^{-1})$ 之大小值，可得系統之穩定條件為：

$$0 \leq P(\omega T) < \frac{\cos(\theta + \phi) + \sqrt{1 - Q^2(\omega T) \sin^2(\theta + \phi)}}{K_r F(\omega T)} \quad (19)$$

由式(19)可知，系統再加入 $Q(z, z^{-1})$ 後依然可藉由調整 K_r 、 $F(\omega T)$ 與 $\phi(\omega T)$ 值以滿足系統大小值與相位之限制，且因 $Q(z, z^{-1})$ 為一低通濾波器，故其低頻增益為小於或等於 1，且由三角函數可知 $\cos^2(\theta + \phi) = 1 - \sin^2(\theta + \phi)$ ，故：

$$\sqrt{1 - Q^2(\omega T) \sin^2(\theta + \phi)} \geq |\cos(\theta + \phi)|$$

所以可知在加入零相位低通濾波器後，式(19)之分子恆為正數，使系統之穩定條件範圍 $\theta + \phi$ 將不再侷限於-90 度到 90 度之間，證明了低通濾波器的加入可增加系統之強健性與提升穩定度，也完成了經補償之重複控制器的設計。

參、 控制器選用

3.1 第一階段補償之設計 (G_f)

相位補償器 $G_f(z^{-1})$ 之設計，本研究將採用完全補償辦法，補償系統之相角與穩定範圍。完全補償辦法是基於完全追蹤控制器(Perfect Tracking Controller, PTC)之設計概念，以系統轉移函數之反相(Inverse)，即 $G_f(z^{-1}) = G_{PC}(z^{-1})^{-1}$ 以消除系統之極點與零點，使相位補償之角度 $\phi = -\theta$ ，也就是說 $\theta + \phi = 0$ 。然而若系統本身含有不穩

定零點，則需採用零相位誤差追蹤控制器(Zero Phase Error Tracking Controller, ZPETC)[5]。此設計方法之優點為不需考慮受控場的相角與需補償之大小，即可讓系統相角位於穩定範圍內。首先，假設離散時域下之原始受控場閉迴路轉移函數可表示為：

$$G_{PC}(z^{-1}) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (20)$$

其中， $A(z^{-1})$ 與 $B(z^{-1})$ 分別為閉迴路受控場的極、零點多項式， z^{-d} 為由受控場所造成之 d 步延遲。

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_mz^{-m} \quad , \quad b_0 \neq 0 \quad (21)$$

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + \dots + a_nz^{-n}$$

若 $A(z^{-1})$ 與 $B(z^{-1})$ 之解，皆落於 Z 平面上單位圓之內，亦即系統為穩定之極小相位系統(Minimum Phase System)，則相位補償器可依 PTC 之設計概念設計，如圖 11，其中， $x_d(k+d)$ 為領先 $x_d(k)$ d 步之期望輸出命令，以補償 $G_{PC}(z^{-1})$ 所造成之 d 步延遲。

$$G_f(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})}{B(z^{-1})} \quad (22)$$

然而，若零點 $B(z^{-1})$ 為含有單位圓上或圓外之解，則為非極小相位系統(Nonminimum Phase System)，此時需採用 ZPETC[5]之設計方法，即將式(20)之零點分為穩定零點 $B_a(z^{-1})$ 與不穩定零點 $B_u(z^{-1})$ 兩部分，如式(23)與圖 12 所示，其中 s 為不穩定零點之階數：

$$B(z^{-1}) = B_a(z^{-1})B_u(z^{-1}) \quad (23)$$

且

$$B_u(z^{-1}) = b_{u0} + b_{u1}z^{-1} + L + b_{us}z^{-s} \quad (24)$$

$$B_u^*(z^{-1}) = b_{us} + b_{u(s-1)}z^{-1} + L + b_{u0}z^{-s}$$

故相位補償器之形式可表視為：

$$G_f(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})B_u^*(z^{-1})}{B_a(z^{-1})[B_u(1)]^2} \quad (25)$$

3.2 第一階段補償之設計(Q)

本研究採用之零相位低通濾波器，其表示式為：

$$Q(z, z^{-1}) = \frac{(1 + z^{-1})^{2t} z^t}{2^{2t}} \quad (26)$$

其中，t 為階數，只要選擇適當的 t 值，便可滿足所需的頻寬。如圖 13，零相位低通濾波器之優點為對系統不會造成相位落後，故不需額外加入控制器做補償。

圖 14 為加入零相位低通濾波器之重複控制器架構圖，其極零點關係圖如圖 15 所示，與圖 8 比較可以看出具零相位低通濾波器之極點在高頻處較靠近圓心，因此有較佳的穩定度、不易受雜訊干擾導致系統不穩定。

3.3 命令前饋控制器之設計

命令前饋控制器(Command Feedforward Controller)之設計概念，首先是由

Masory[6] 所提出，其在系統中加入速度前饋迴路(Velocity Feedforward Loop，VFFL)，用以提高 NC 和 CNC 系統之切削輪廓精度。Lee 和 Chen[7]則更進一步的加入加速度前饋命令，來改善伺服系統之延遲影響。

由於重複控制器對第一週期之輸入訊號不具補償之能力，故本文將以一前饋控制器 $G_{ff}(s)$ 補償系統追蹤性能與第一週期之響應誤差，與系統之伺服落後影響。圖 16 為本研究加入命令前饋控制器後之控制方塊圖， C_R 為上述經補償之重複控制器迴路。因重複控制器本身包含位置前饋，為了方便分析，圖中 $C_R(s)$ 為連續時間系統下不包含位置前饋的重複控制器，將此位置前饋併入 $G_{ff}(s)$ ，方便表示，由圖 16 可知，整體系統閉迴路轉移函數為：

$$\begin{aligned} T(s) &= \frac{Y(s)}{R(s)} \\ &= \frac{G_{ff}(s)G_p(s) + C_R(s)G_p(s)}{1 + C_R(s)G_p(s) + G_p(s)} \end{aligned} \quad (27)$$

令 $T(s) = 1$ ，使得 $Y(s) = R(s)$ ，則可得到：

$$\begin{aligned} G_{ff}(s) &= \frac{1 + G_p(s)}{G_p(s)} = \frac{1}{G_{PC}} \\ &= 1 + K_{fv}s + K_{fa}s^2 + K_{ff}s^3 + L \end{aligned} \quad (28)$$

由式 (28) 可知，所得到的前饋補償器 $G_{ff}(s)$ 僅與受控場形式有關，所以 $C_R(s)$ 的參數或結構改變時，不會影響前饋補償器的設計，而式中之係數 1 則為重複控制器之位置前饋項。因此，將式 (28) 之前饋補償器併入含重複控制器的閉迴路系統，則可得到改良的重複控制系統。由於 s^3 或更高項次的係數大多太小，因此便忽略其補償，並表示成離散時間系統下重複控制器之架構圖，如圖 17 所示。其中 K_{fv} 為輸入命令之速度前饋增益，而 K_{fa} 則為輸入命令之加速度前饋增益。

肆、實驗設備與系統鑑別

4.1 整體系統架構

本研究之控制系統的硬體架構圖，如圖 18 所示，控制系統採 PC-Based 控制器為實驗主架構，經由控制法則的演算、數值解譯、中斷，將控制命令藉由運動控制卡送給伺服馬達。為了進行實驗正確性之驗證，本研究藉由一龍門型三軸線性馬達機台之水平軸(Y Axis)與垂直軸(Z Axis)作為實驗平台，如圖 1 所示。在 Z 軸部分，本研究採用[8][9]之設計架構，利用氣壓配重做為自重補償，補償重力之影響。

4.2 系統鑑別

在系統鑑別方面，本研究使用開路量測法，以電壓掃頻訊號 (Chirp signal) 與 LSF(Least Square Fit)[10]估測法則，求出系統之輸入電壓、輸出速度(mm/s)訊號。最後再運用MATLAB軟體中的System Identification Toolbox，將受控場近似為線性系統，以曲線逼近方法求出電壓至速度之受控場轉移函數。

Y軸系統鑑別

開迴路Y軸(G_{VY})之電壓輸入至速度輸出轉移函數，可表示如下：

$$G_{VY}(s) = \frac{5192000}{s^2 + 330.2s + 27260} \left(\frac{Vel.}{Volt} \right) \quad (29)$$

在求出電壓迴路轉移函數後，經圖19，即可得電壓至位置之閉迴路轉移函數，其中 K 為一比例增益放大器：

$$G_{PCY} = \frac{KG_{VY}/S}{1 + KG_{VY}/S} = \frac{5192000K}{s^3 + 330.2s^2 + 27260s + 5192000K} (\text{mm/Volt}) \quad (30)$$

Z軸系統鑑別

同理，Z軸電壓輸入至位置輸出之閉迴路轉移函數，可表示如下：

$$G_{PCZ} = \frac{KG_{VZ}/S}{1+KG_{VZ}/S} = \frac{(2924S+181020)K}{S^3+168S^2+(3739.5+2924K)S+181020K} \text{ (mm/Volt)} \quad (31)$$

4.3 受控場穩定度探討

為滿足重複控制器之基本條件，原始閉迴路受控場需為穩定，故本研究先進行連續時間系統下之系統穩定度分析，以確保系統之穩定。

4.3.1 連續時間系統下之分析

就經驗法則而言，控制系統若希望得到滿意的工作性能，則 *G.M.* 需介於 6 到 20dB，*P.M.* 需介於 30 到 60 度間。由圖 19 與式 (30)，分析 Y 軸波德圖 20 可發現，當比例增益值 $K = 0.5$ 時，系統之 $G.M. = 10.8dB$ 、 $P.M. = 39.5deg.$ ，可滿足前述經驗法則要求，因此便完成了受控場位置迴路控制器的設計，確保原始閉迴路系統為穩定。

$$G_{PCY} = \frac{2596000}{S^3+330.2S^2+27260S+2596000} \text{ (mm/Volt)} \quad (32)$$

圖 21 所示為受控場模擬響應與實際之步階響應比較圖，可知系統鑑別所得的受控場步階響應與實測的步階響應近似，故可證明，所鑑別出的受控場轉移函數 $G_{vy}(s)$ 可代表實際系統的物理行為。

同理，當比例增益值 $K = 5$ 時，系統之 $G.M.$ 為無限大、 $P.M. = 38.2deg.$ ，可得到式 (33)，且 Z 軸系統之波德響應圖與步階響應比較如圖 22 與圖 23：

$$G_{PCZ} = \frac{14620S+905100}{S^3+168S^2+18359.5S+905100} \text{ (mm/Volt)} \quad (33)$$

4.3.2 離散時間系統下之分析

本研究之線型馬達 Y、Z 軸之受控場轉移函數，可經零階保持(Zero Order Hold)與 5ms 之取樣時間將之離散，其經離散後可表示如下：

$$G_{PCY}(z^{-1}) = \frac{z^{-1}(0.03632 + 0.09798z^{-1} + 0.01599z^{-2})}{1 - 1.781z^{-1} + 1.123z^{-2} - 0.1919z^{-3}} \quad (34)$$

$$G_{PCZ}(z^{-1}) = \frac{z^{-1}(0.1506 + 0.01561z^{-1} - 0.09256z^{-2})}{1 - 2.091z^{-1} + 1.596z^{-2} - 0.4317z^{-3}} \quad (35)$$

由於重複控制系統的設計，必須在確認原始的回授系統是穩定的前提下才能進行，但因取樣時間會影響系統之穩定性，故需再對離散時間系統下之受控場轉移函數進行穩定度分析，確保系統之穩定度。系統之穩定性是決定於其特徵方程式之根的位置上，本研究使用 Z-Domain 下之極零點位置判斷系統穩定性，其極零點位置圖如圖 24 及圖 25 所示，觀察其極零點位置，如表 1 所示：

表 1 受控廠極、零點位置

	極點位置	零點位置
Y 軸	$0.757 \pm 0.3817i$ 、 0.267	-2.5232 、 -0.1745
Z 軸	$0.7096 \pm 0.3729i$ 、 0.6719	0.7339 、 -0.8375

故由表 1 可知，X、Y 軸之極點皆位於單位圓內，故皆穩定。然而 Y 軸包含一不穩定零點，所以為非極小相位系統。

伍、系統參數選用

相位補償器參數選用

由式 (34) 與式 (35) 之離散 Y、Z 軸受控場轉移函數，可藉由式 (20) 與式 (25)

得到重複控制系統第一階段補償所使用之補償器。由表1，因Y軸包含一不穩定零點，故需採用式(25)之ZPETC模式設計補償器，Z軸則可直接使用式(20)之PTC模式設計補償器，並表示如式(36)與式(37)：

$$G_{f-y}(z^{-1}) = \frac{z^2(5.59 - 7.74z^{-1} + 2.332z^{-2} + 1.415z^{-3} - 0.4251z^{-4})}{1 + 0.1745z^{-1}} \quad (36)$$

$$G_{f-z}(z^{-1}) = \frac{z(6.64 - 13.884z^{-1} + 10.6z^{-2} - 2.867z^{-3})}{1 - 0.1037z^{-1} - 0.6146z^{-2}} \quad (37)$$

零相位低通濾波器參數選用

由式(26)之零相位低通濾波器表示式，Y、Z軸均選用 $t=1$ 進行設計，故可得式(38)之表示式：

$$Q(z, z^{-1}) = \frac{z + 2 + z^{-1}}{4} \quad (38)$$

零相位低通濾波器可增加系之穩定性與強健性，以確保系統之穩定度與降低干擾對系統所造成之影響。

命令前饋控制器之參數選用

本研究之Y軸與Z軸命令前饋參數之選用可將式(30)與式(31)代入式(28)得到表2之結果：

表2 命令前饋參數選用

	K_{fv}	K_{fa}
水平軸 (Y)	0.0105	0.000127
垂直軸 (Z)	0.0041	0.000119

陸、實驗結果與討論

本文以實際的線型工具機來進行理論的驗證，內容分為單軸與兩軸運動控制兩部分。另外，控制器架構則分為三部分，第一部份為重複控制器迴路(RC)，第二部分為經補償之重複控制器($RC+G_f+Q$)，最後則是系統最終控制架構($RC+G_f+Q+G_{ff}$)。

6.1 系統實驗規劃

採用運動控制卡以及Visual C++程式語言，來撰寫實驗控制法則的PC-Based控制器。系統控制流程乃先進行對控制器之參數設定，經由Visual C++產生一正弦波之重複性參考輸入，再由系統之中斷插值以得到離散之參考輸入命令。受控場之真實輸入命令，是使用運動控制軸卡，於每一個中斷發生時，在中斷時間內將輸入命令經由誤差計算與控制器，來得到受控廠之電壓輸入訊號，本系統控制流程圖如圖26所示。

6.2 結果與討論

實驗內容以Y軸、Z軸兩軸同動運動系統進行分析，並藉由兩軸運動產生相互干擾，以驗證本系統控制之穩定度。

6.2.1 Y、Z 軸運動之實驗結果與討論

表3與表4為本研究以Y、Z軸為($2Hz \pm 30mm$ 、 $2Hz \pm 30mm$)、($2Hz \pm 30mm$ 、 $5Hz \pm 10mm$)與($2Hz \pm 30mm$ 、 $10Hz \pm 5mm$)之兩軸運動情況下與單軸運動之結果比較。由表可看出在無控制器之情況下，Y、Z軸兩軸運動系統之響應誤差，會分別較單軸系統多出 $\pm 10\mu m$ 到 $\pm 200\mu m$ 不等之誤差量，此為兩軸運動產生相互干擾所導致。在此情況下，如圖8所示，易使重複控制器之極點落於單位圓外，導致系統發散。然而經由本研究之控制法則，則可濾除因兩軸運動所導致之干擾響應誤差，使其降至 $\pm 5\mu m$ 以內。這是因為運動所產生之干擾與輸入訊號有關，且多為輸入訊號之諧

波頻率，使系統對干擾具消除之能力。但由表4中，可看出當Y、Z之輸入訊號分別為2Hz與5Hz時，經此控制法則補償後Y軸之誤差會較單軸多出 $\pm 17\mu m$ ，這是因為此兩軸之輸入命令並非諧波關係，導致系統無法有效消除誤差干擾。詳細實驗結果如圖27至圖32。

表3 單軸運動系統下，Y、Z軸之最大響應誤差穩態值

Axis	Input Signal		Single Axis Expt.	
	Freq.	Amp.	Closed Loop	Command Feedforward
Y	2Hz	$\pm 30\text{mm}$	$\pm 15.8\text{mm}$	$\pm 15\mu\text{m}$
Z	2Hz	$\pm 30\text{mm}$	$\pm 7.25\text{mm}$	$\pm 40\mu\text{m}$
	5Hz	$\pm 10\text{mm}$	$\pm 6.09\text{mm}$	$\pm 47\mu\text{m}$
	10Hz	$\pm 5\text{mm}$	$\pm 4.98\text{mm}$	$\pm 72\mu\text{m}$

表4 Y、Z兩軸運動系統下之最大響應誤差穩態值

Axis	Input Signal		Coupling Expt.	
	Freq.	Amp.	Closed Loop	Command Feedforward
Y	2Hz	$\pm 30\text{mm}$	$\pm 16.00\text{mm}$	$\pm 18.8\mu\text{m}$
Z	2Hz	$\pm 30\text{mm}$	$\pm 7.26\text{mm}$	$\pm 43.5\mu\text{m}$
Y	2Hz	$\pm 30\text{mm}$	$\pm 15.96\text{mm}$	$\pm 32.0\mu\text{m}$
Z	5Hz	$\pm 10\text{mm}$	$\pm 6.10\text{mm}$	$\pm 48.0\mu\text{m}$
Y	2Hz	$\pm 30\text{mm}$	$\pm 15.94\text{mm}$	$\pm 16.2\mu\text{m}$
Z	10Hz	$\pm 5\text{mm}$	$\pm 5.02\text{mm}$	$\pm 75.0\mu\text{m}$

柒、結論與建議

本研究提出了一種重複控制器的設計策略，此方法利用相位補償、零相位低通濾波器與命令前饋控制器來補償重複控制的各個問題，最後則藉由一龍門型線型馬

達工具機為實驗平台，於其Y軸與Z軸進行驗證。結果證明了此控制策略對週期性輸入訊號，能有效降系統低響應誤差值與提升強健性。

捌、參考文獻

- [1]. S. Cong, 1997, "An Innovative Repetitive Control System," IEEE International Conference on Intelligent Processing Systems, pp. 640-644.
- [2]. M. Tomizuka, T. Tsao and K. Chew, 1998, "Discrete-Time Domain Analysis and Synthesis of Repetitive Controllers," American Control Conference, 2, pp.860-866.
- [3]. K. Chew and M. Tomizuka, 1990, "Steady-State and Stochastic Performance of a Modified Discrete-Time Prototype Repetitive Controller," ASME, Journal of Dynamic Systems and Control, 112, pp.35-41
- [4]. C. Cosner, G. Anwar, and M. Tomizuka, 1990, "Plug in Repetitive Control for Industrial Robotic Manipulators," in Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, pp. 1970-1975.
- [5]. M. Tomizuka, 1978, "Zero Phase Error Tracking Algorithm for Digital Control," Trans. of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 109, pp.65-68.
- [6]. O. Masory, 1986, "Improving Contouring Accuracy of NC/CNC Systems with Additional Velocity Feedforward Loop," Trans. of ASME journal of Engineering for Industry, 108, pp. 227-230.
- [7]. A. C. Lee, C. S. Chen, Nov. 1999, "New Direct Velocity and Acceleration Feedforward Tracking Control in a Retrofitted Milling Machine," Int. J. of Japan Soc. Prec. Eng., 33(3), pp. 178-184.
- [8]. 褚明澧, 2005, "線型馬達工具機垂直軸之高性能伺服控制器之設計與實現", 碩士論文, 國立成功大學.
- [9]. 陳國禎, 2003, "線型馬達氣壓配重," 機械工業雜誌, 第 241 期, pp. 156-161。

- [10]. R. H. Brown, S. C. Schneider, and M. G. Mulligan, 1992, "Analysis of algorithms for Velocity Estimation from Discrete Position Versus Time Data," IEEE Transactions on Industrial Electronic, 39(1), pp. 11-19.

圖表

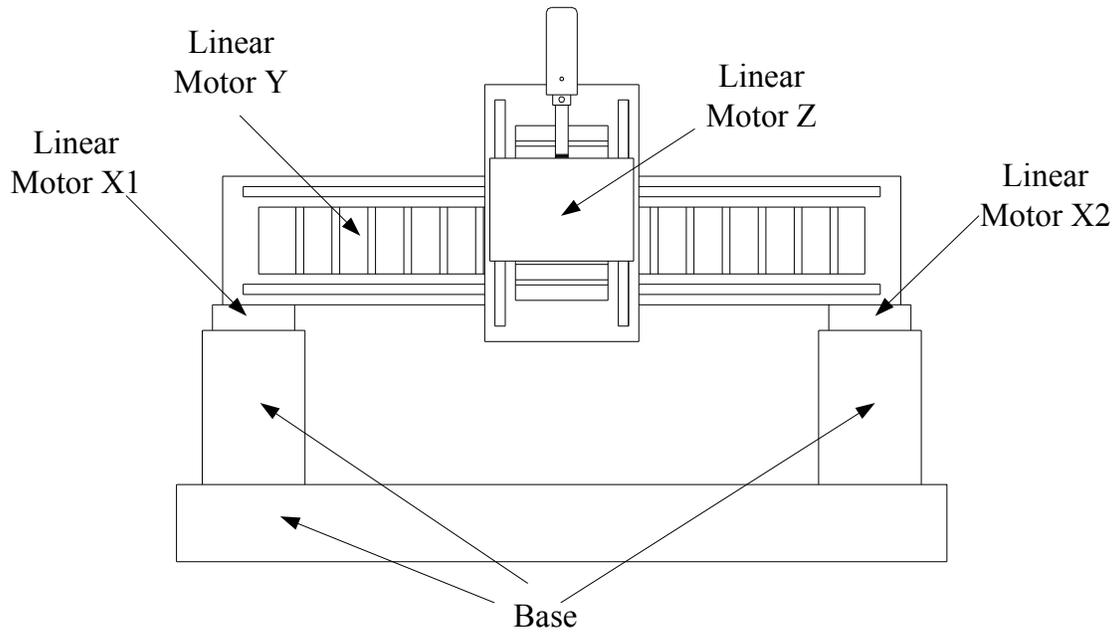


圖 1 龍門型受控場架構圖

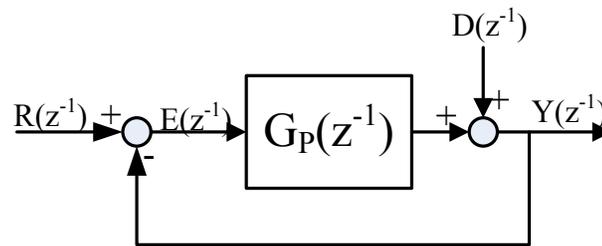


圖 2 原始受控場之閉迴路控制方塊圖

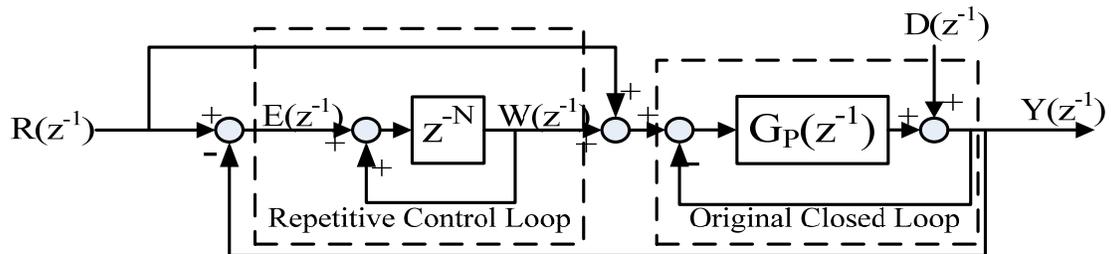


圖 3 重複控制器(RC)架構圖

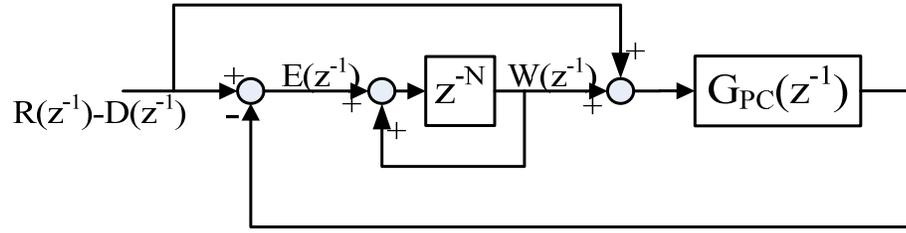


圖 4 重複控制器簡化方塊圖

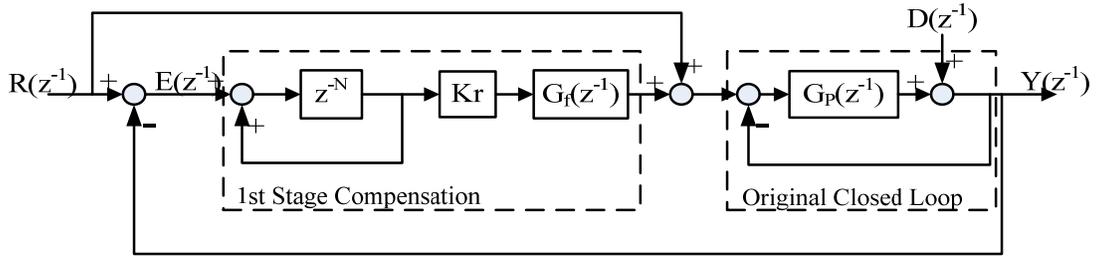


圖 5 經相位補償之重複控制器

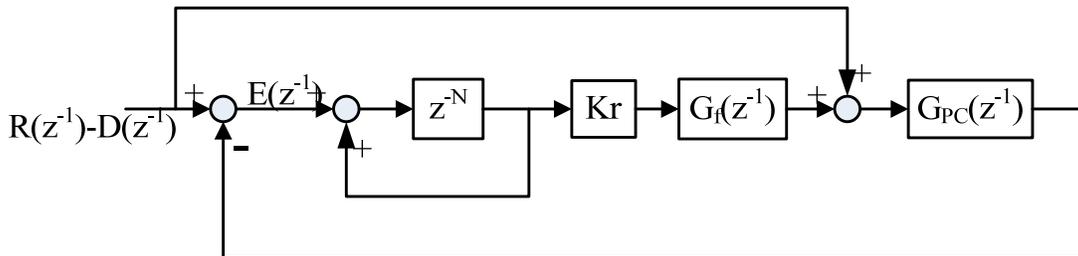


圖 6 經相位補償之重複控制器簡化方塊圖

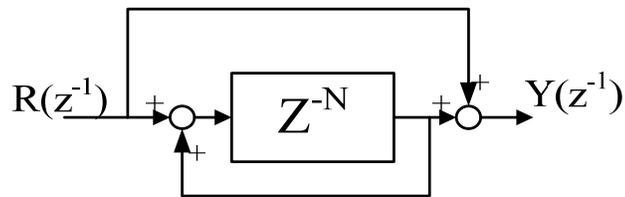


圖 7 重複控制器架構

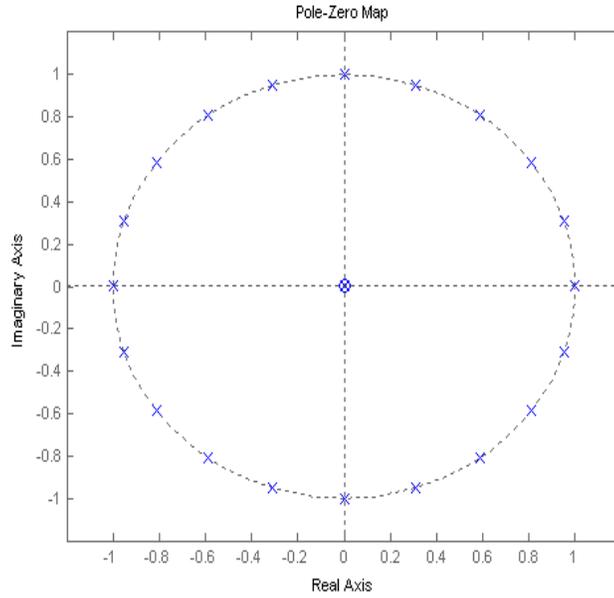


圖 8 重複控制器極零點關係圖(t=20)

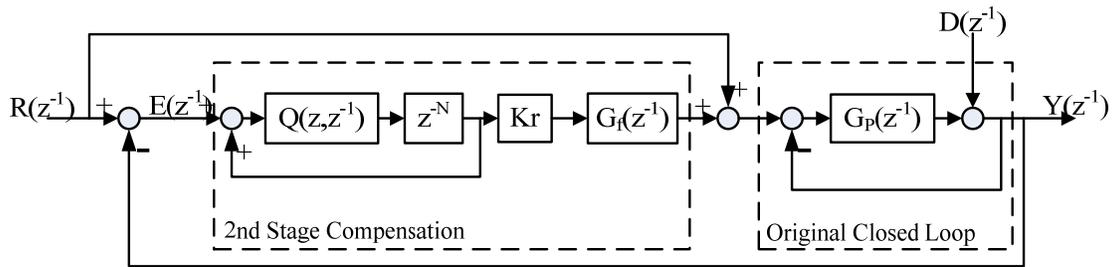


圖 9 含低通濾波器之重複控制器

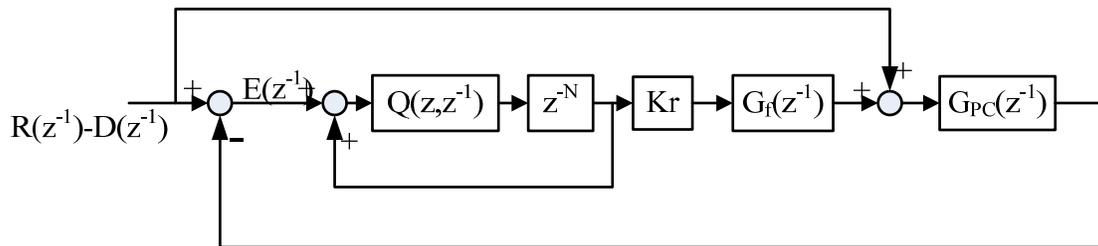


圖 10 含低通濾波器之重複控制器簡化方塊圖

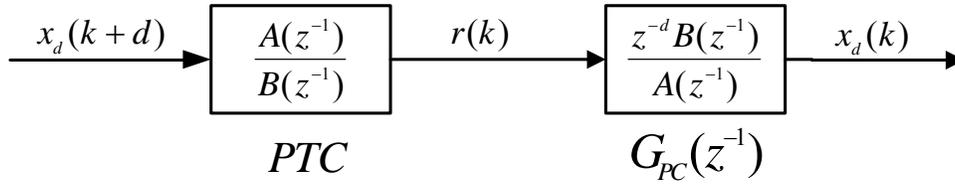


圖 11 完全追蹤控制器示意圖

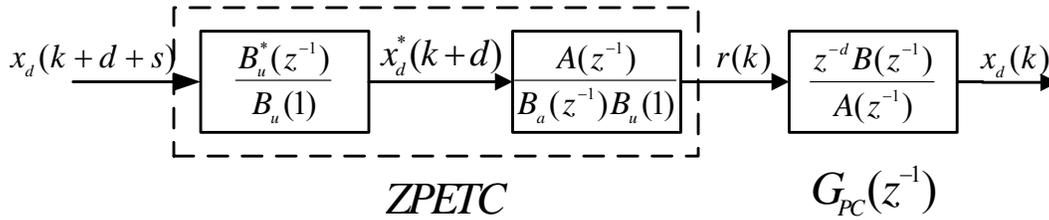


圖 12 零相位誤差追蹤控制器示意圖

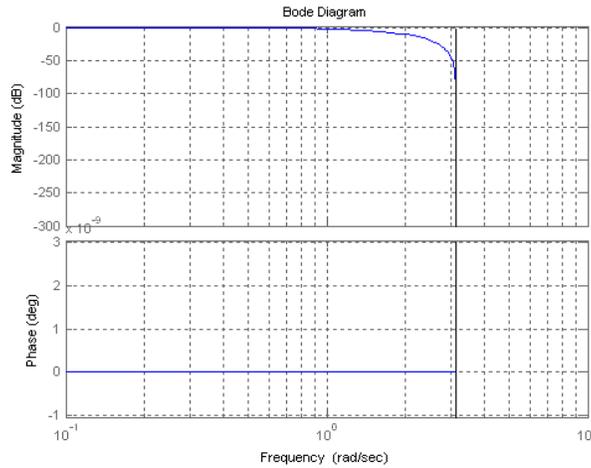


圖 13 零相位低通濾波器之波德圖(設 t=1)

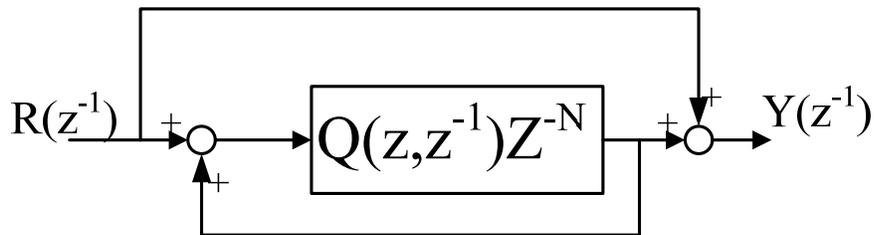


圖 14 加入零相位低通濾波器之重複控制器架構圖

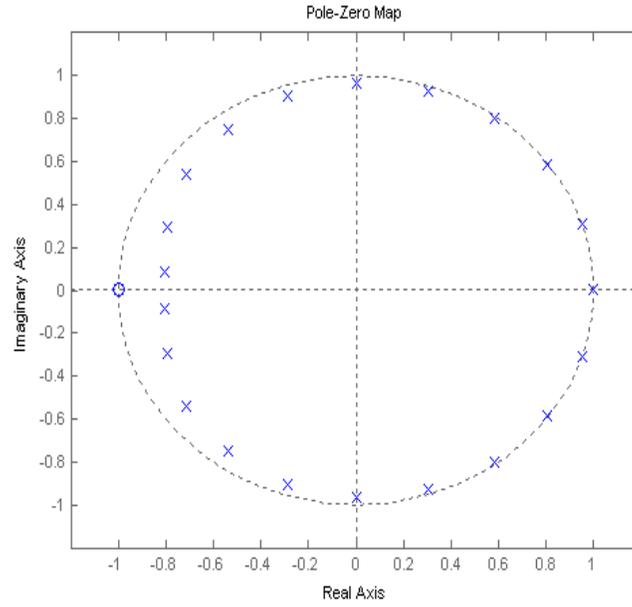


圖 15 含零相位低通濾波器之重複控制器極零點關係圖

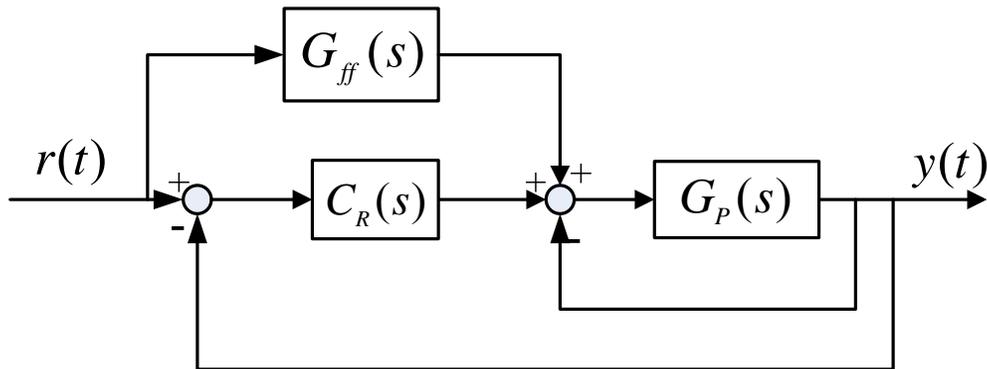


圖 16 含重複控制器之前饋補償器控制方塊圖

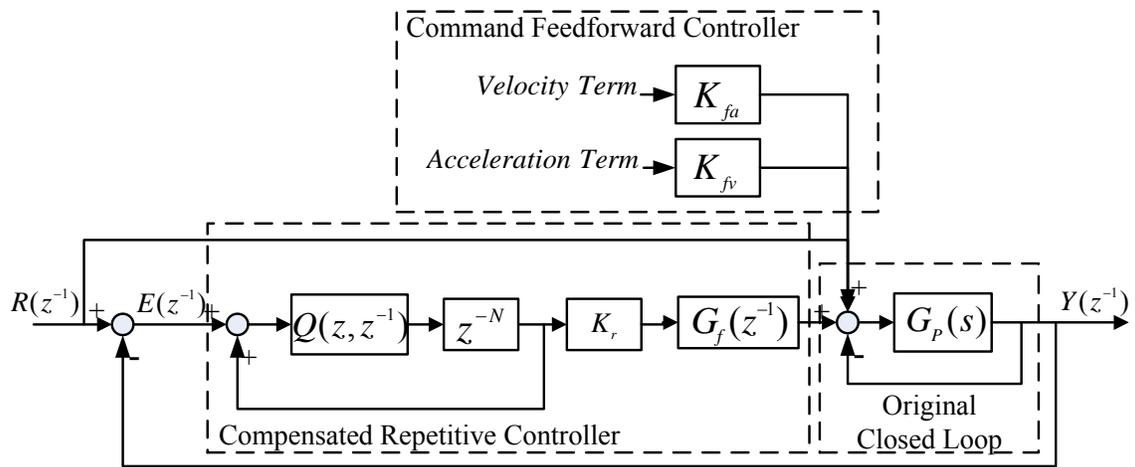


圖 17 系統最終控制架構圖

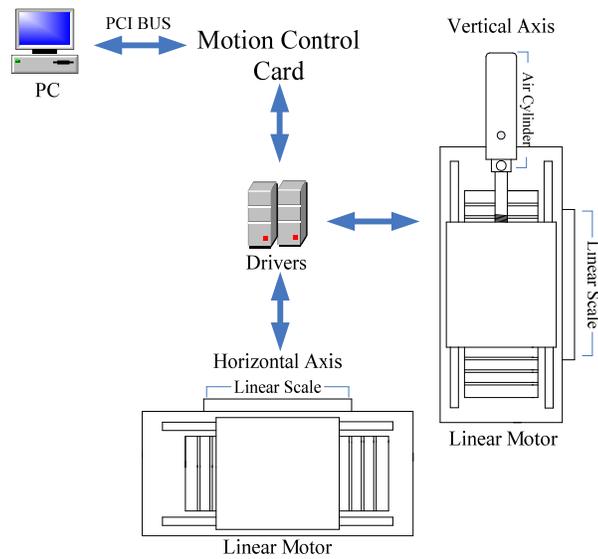


圖 18 硬體架構

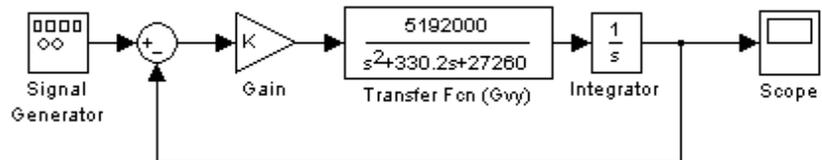


圖 19 Y 軸受控場方塊圖

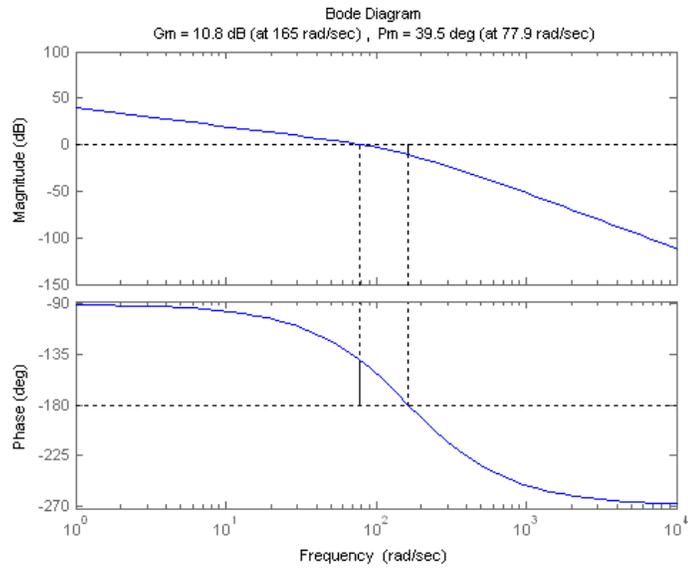


圖 20 Y 軸受控廠之波德示意圖

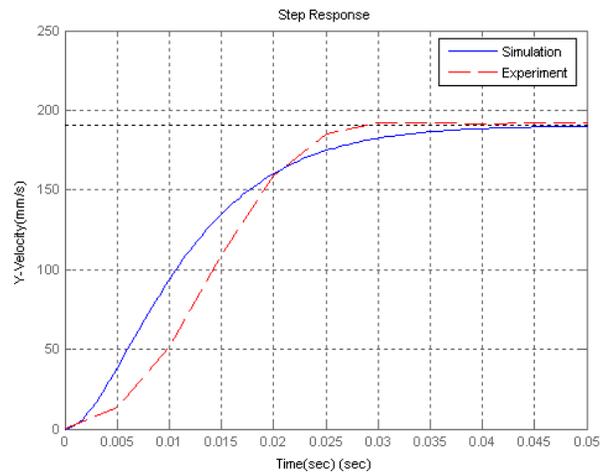


圖 21 Y 軸模擬與實際之步階響應比較圖

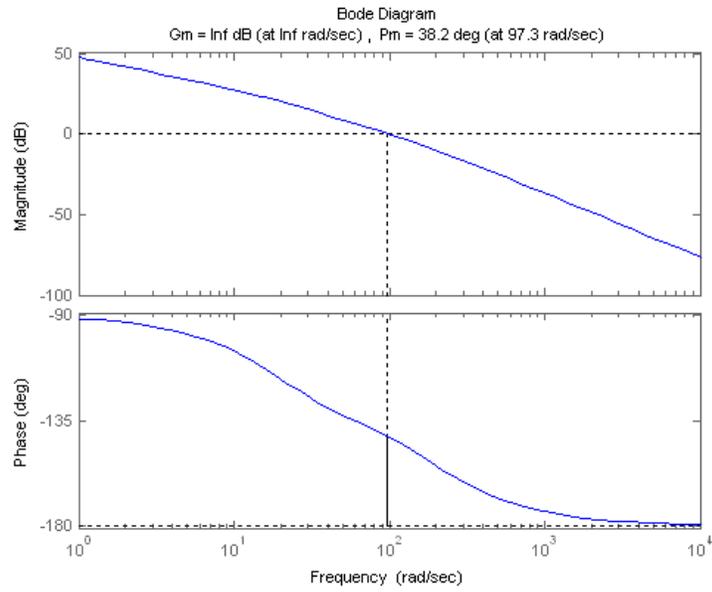


圖 22 Z 軸受控廠之波德示意圖

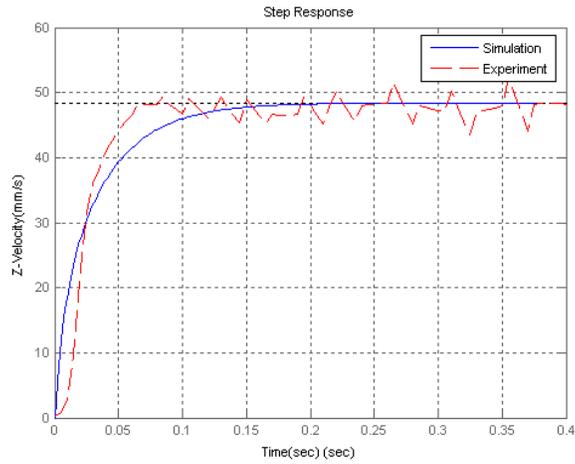


圖 23 Z 軸模擬與實際之步階響應比較圖

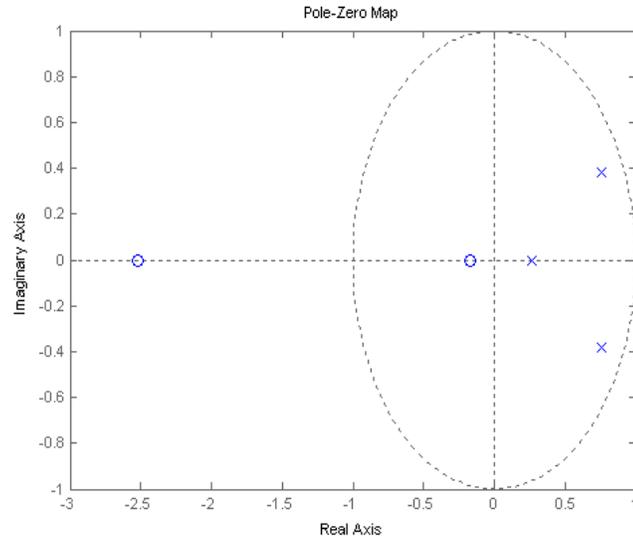


圖 24 Y 軸受控場之離散控制系統極零點位置圖

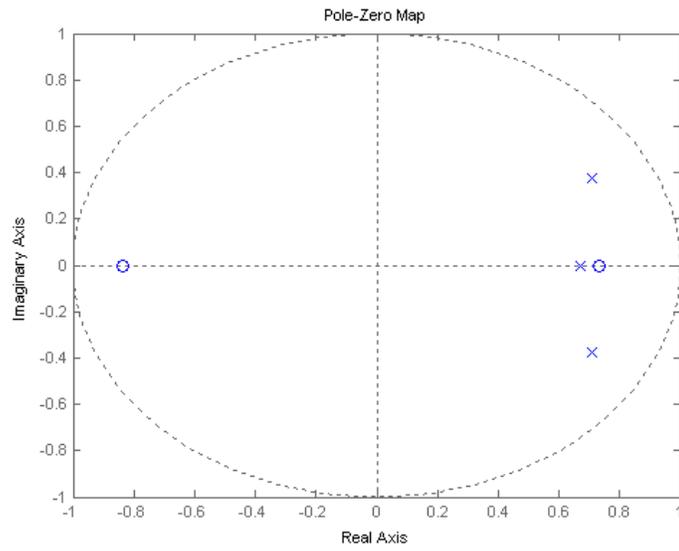


圖 25 Z 軸受控場之離散控制系統極零點位置圖

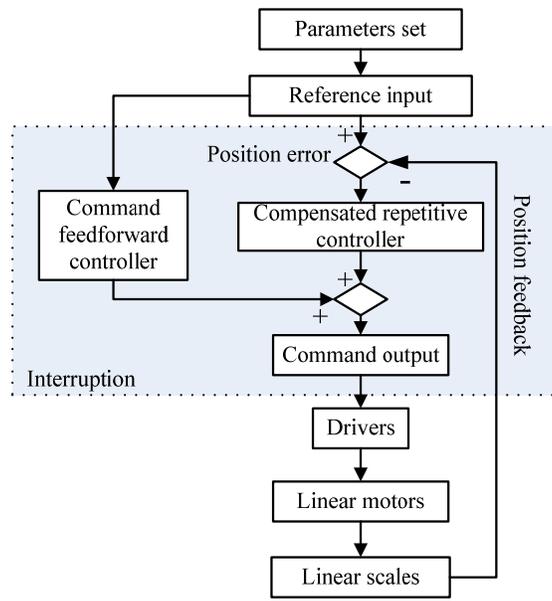


圖 26 系統控制流程圖

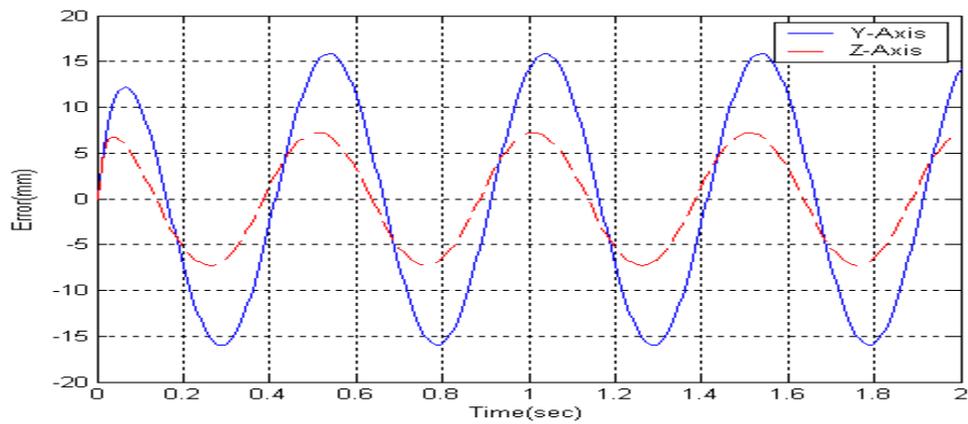
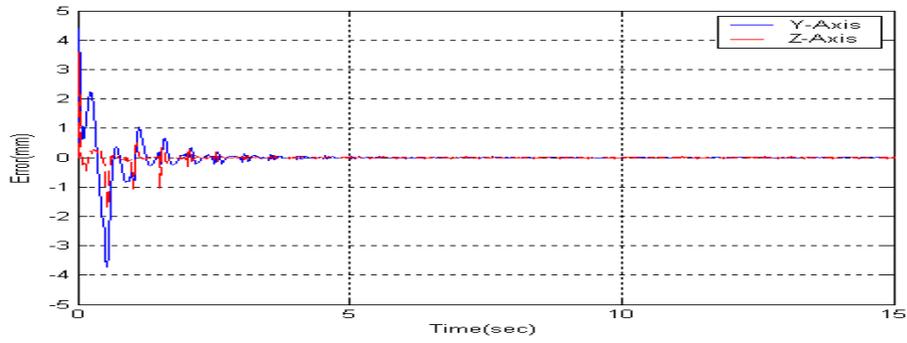
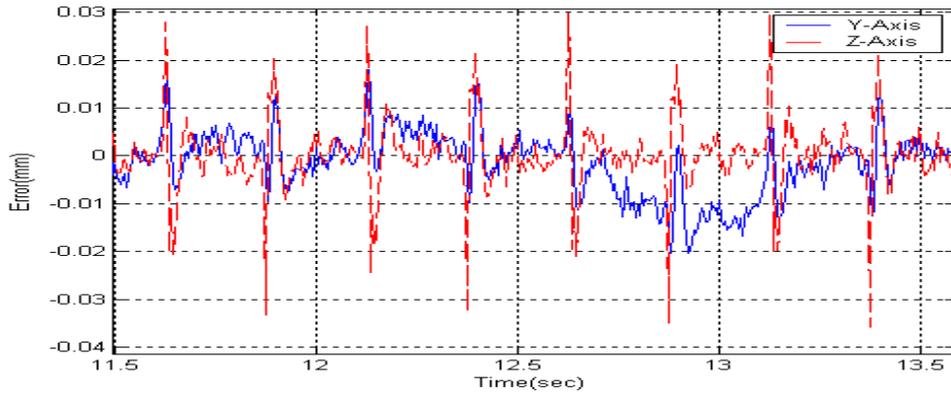


圖 27 Y、Z 兩軸運動系統下受控場閉迴路之實驗響應誤差圖

(輸入訊號 Y Axis:2Hz、30mm，Z Axis:2Hz、30mm)



(a) 響應誤差圖



(b) 響應誤差穩態放大圖

圖 28 Y、Z 兩軸運動系統下控制器為 $RC + G_f + Q + G_{ff}$ 之實驗響應誤差圖

(輸入訊號Y Axis:2Hz、30mm，Z Axis:2Hz、30mm)

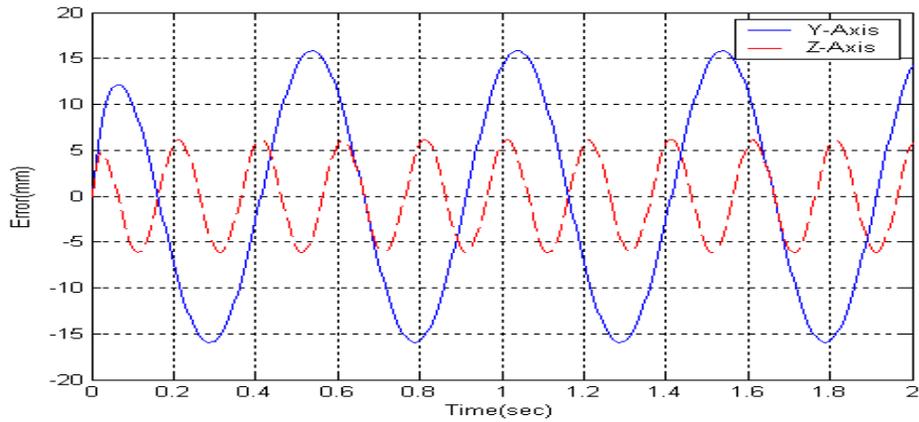
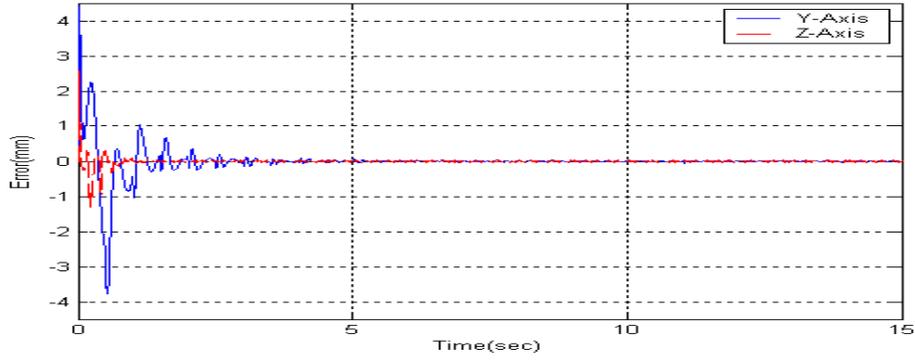
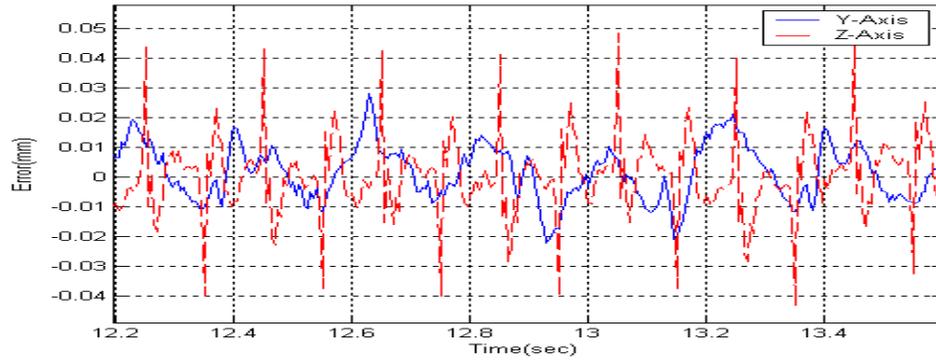


圖 29 Y、Z 兩軸運動系統下受控場閉迴路之實驗響應誤差圖

(輸入訊號Y Axis:2Hz、30mm，Z Axis:5Hz、10mm)



(a) 響應誤差圖



(b) 響應誤差穩態放大圖

圖 30 Y、Z 兩軸運動系統下控制器為 $RC + G_f + Q + G_{ff}$ 之實驗響應誤差圖

(輸入訊號Y Axis:2Hz、30mm，Z Axis:5Hz、10mm)

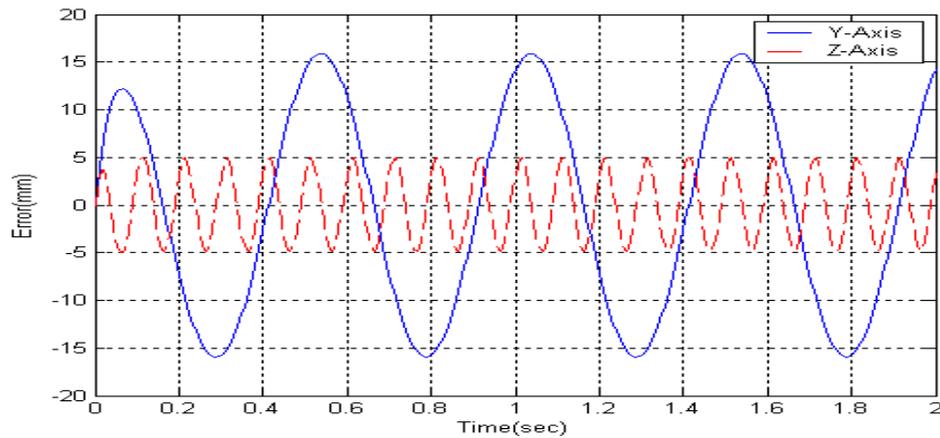
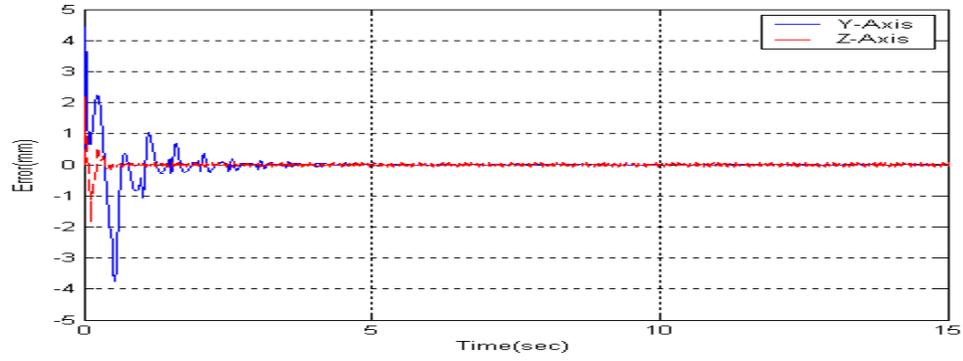
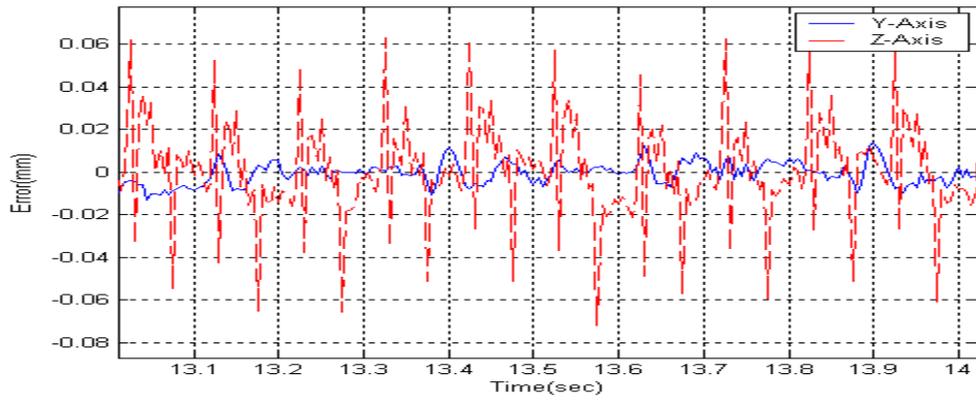


圖 31 Y、Z 兩軸運動系統下受控場閉迴路之實驗響應誤差圖

(輸入訊號Y Axis:2Hz、30mm，Z Axis:10Hz、5mm)



(a) 響應誤差圖



(b) 響應誤差穩態放大圖

圖 32 Y、Z 兩軸運動系統下控制器為 $RC + G_f + Q + G_{ff}$ 之實驗響應誤差圖

(輸入訊號 Y Axis: 2Hz、30mm，Z Axis: 10Hz、5mm)