適應性控制實務應用

The practical application of adaptive control

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

工業技術研究院 機械所 楊宜學

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

關鍵詞

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

適應性控制　Adaptive control

參數估測 Parameter estimate

位置控制 Position control

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

摘要

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

在系統控制中，常常會有許多未知的常數係數或是緩時變係數。適應性控制便是一種用來控制這一類系統的方法。適應性控制的基本觀念為在控制同時利用可量測的系統訊號進行系統未知係數估測，且估測係數將改變受控場的輸入訊號。因此一個適應性控制器也可視為擁有即時參數估測的控制系統。本文中將實現一個適應性控制器用於馬達位置控制，同時估測系統參數，再利用估測參數即時調整適應性控制器係數，並紀錄系統響應及誤差，觀察適應性控制器的性能及參數收斂性。

Many dynamic systems to be controlled have constant or slowly-varying uncertain parameters. Adaptive control is an approach to the control of such systems. The basic idea in adaptive control is to estimate the uncertain plant parameters on-line based on the measured system signals, and use the estimated parameters in the control input computation. An adaptive control system can thus be regarded as a control system with on-line parameter estimation.

This paper will be achieve an adaptive controller for the motor position control, while estimates the parameter of plant, and then the estimated parameter using adaptive controller, records system response and error, discuss the performance of adaptive controller and parameter convergence.

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

前言

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

直流馬達控制在工業界是一個十分普遍的應用，甚至許多複雜的交流馬達透過座標轉換將三相系統轉換直角正交的兩軸座標系統，再經向量控制的輔助，也可得到類似直流馬達的系統模型。

一般的控制系統設計上，先會選擇控制器(controller)架構，再依照系統響應性能需求與受控場(plant)係數設計控制器參數，如：極點配置法設計控制系統。而實務上受控場的係數往往無法正確估算，也無法量測，而適應性控制與一般控制最大的不同在於其可在受控場具未知係數的情況下設計控制系統，並可估測受控場未知係數。

因此當在馬達模型具有未知系統係數的情況，一般的控制系統設計便不易達成性能的需求，適應性控制器便十分適合這種控制條件。

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

適應性控制

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

適應性控制器與一般傳統控制器的不同在於控制器參數是可變的，以可量測的系統訊號調整控制器參數。適應性控制器主要分為兩個方法，一個為參考模型適應控制(model-reference adaptive control)，另一種為自主調整法(self-tuning method)。

參考模型適應控制 ：

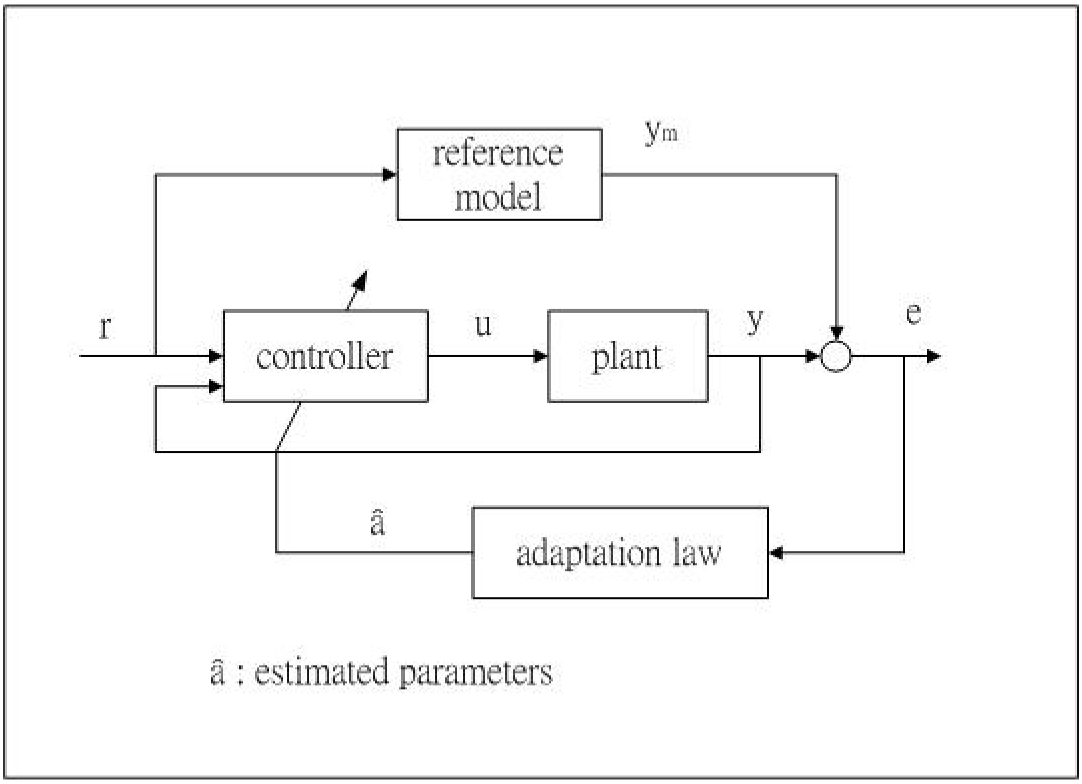
一般的參考模型適應控制系統架構，主要有四個部份:受控場，控制器，適應性參數調整器，參考模型。

受控場 ： 假設已知受控場系統架構，但系統中具有未知參數。線性系統上已知極點與零點個數，但極點與零點位置未知。非線性系統上來說爲已知受控場系統動態方程式，但具有未知系統參數。

參考模型 ： 對外部命令產生理想的系統響應。選擇參考模型也是設計適應性控制系統的一部分，選擇參考模型需要滿足兩個條件，一爲其必須滿足控制性能，如：上升時間(rise time)，穩定時間(settling time)，最大超越量(overshoot)，或是一些頻域特性…；另一爲其設計響應必需爲適應系控制系統可達成的，也就是說參考模型會有某些受控場系統內在限制，如系統階數(order)，系統相對度(relative degree)…。

控制器 ： 一般來說，此控制器的參數是可調整的。此控制器需要有十足的跟隨能力已確保跟隨收斂的可能性，也就是說當受控場參數爲已知的時候，相應的控制器會讓受控場響應相當於參考模型響應。而當受控場參數爲未知的時候，適應性參數調整器會調整控制器參數使受控場響應跟隨漸近收斂。

適應性參數調整器 ： 用來調整控制器參數。在參考模型適應性控制系統中，適應性法則搜尋參數如同受控場響應跟隨參考模型響應一般，也就是說適應性的目的在於響應跟隨誤差收斂至零。適應性控制明顯存在一個與一般控制不同的機制。而適應性控制主要的問題在於如



何在控制器參數可變的情況下可以保證控制系統穩定且跟隨誤差收斂至零。

圖一 參考模型控制系統

自主調整控制器 ：

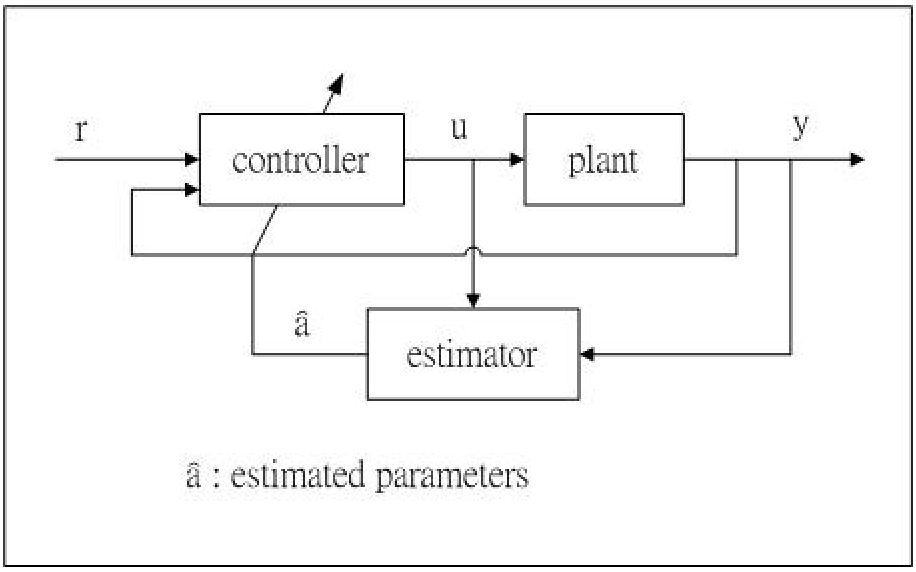
在一些控制系統設計(如：極點配置)，會依照受控場係數來設計控制器參數。當受控場具有未知係數時，便會使用參數估測器，並由參數估測器估測未知係數，再以估測值取代系統未知係數設計控制器參數。當一個具有即時參數估測器的控制器，我們辯稱之爲自主調整控制器，如圖二所示爲一自主調整控制器。因此一個自主調整控制器便是一個可同時對受控場未知係數鑑別的的控制器。

自主調整控制器的操作如下所示：參數估測器依照受控場的輸入輸出訊號估測受控場未知係

數給控制器，控制器再依估測係數計算受控場輸入訊號，受控場再產生新的輸出訊號，參數估測器會依新的輸入輸出訊號再估測出新值給控制器，如此循環至估測係數收斂。

參數估測簡單的解釋爲尋找一組參數其滿足受控場的輸入輸出關係。自主調整控制器與參考模型適應控制器不同在於，參考模型適應控制器參數調整主要用於跟隨誤差收斂至零。

對線性受控場來說，有許多方法可以估測受控場未知係數。其中最受歡迎的方法有最小平方法和其衍生的方法。而線性系統的控制方法也有許許多多，例如：極點配置(pole placement)，比例積分微分控制(PID)，線性平方控制(linear quadratic control)，最小變異控制(minimum variance control)…。由這些控制法則與估測法則可組合出許多不同的自主調整控制系統，而自主調整控制器也可應用於非線性系統上。



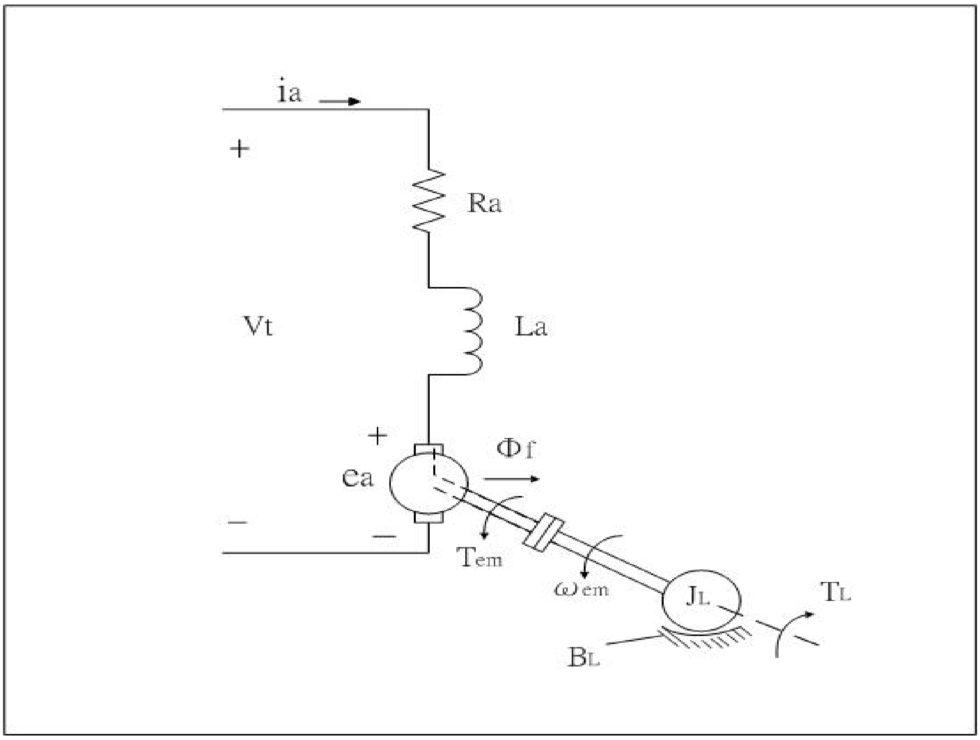
圖二 自主調整控制系統

一個基本的自主調整控制法，先估測受控場未知係數，再計算控制器參數。這種架構稱爲間接適應性控制，因爲它需要將估測未知係數換算成控制器參數。但是也是可以省略掉參數換算的部份，而此種不需轉換估測係數爲控制器參數的架構稱爲直接適應性控制。

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

直流馬達模型分析

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝



圖三 直流馬達電機及機械示意圖

如圖三所示爲一個直流馬達的電機與機械示意圖。

馬達的電機方程式下式所列：

$v_t = R_a i_a + L_a p i_a + e_a$ （式一）

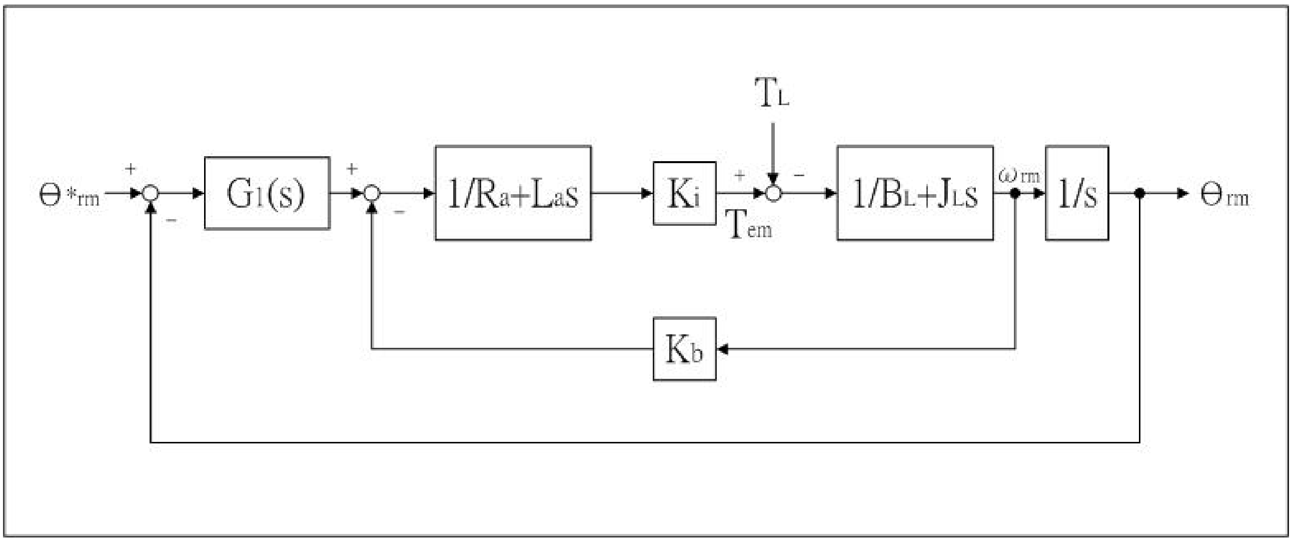
式中 v_t 是馬達的輸入電樞電壓， R_a 是電樞電阻， L_a 是電樞電感， i_a 是電樞電流， e_a 是反電動勢， p 是微分運算子， $p = d/dt$ ，馬達的電機機械方程式爲

$J_L p \varpi_{rm} + B_L \varpi_{rm} + T_L = T_{em} = K_i i_a$ （式二）

式中 J_L 是等效轉動慣量， B_L 是黏滯摩擦係數，ϖ_{rm} 是馬達的轉軸轉速， T_L 是外力負載， T_{em} 是馬達產生的電磁轉矩， K_i 是轉矩常數。另外，

$e_a = K_b \varpi_{rm}$ （式三）

式中 K_b 是反電動勢常數。（式一）-（式三）共同構成直流馬達的動態模式，是由二階的線性，非時變，常微分方程式所構成，注意到（式二）中馬達所產生的轉矩與電樞電流成正比。



圖四 馬達系統方塊圖

直流馬達的控制可以用圖四來表示，圖中位置控制器與速度控制器均爲典型的比例-積分控制器(PI controller)，更重要的是控制器的設計可以依循傳統回受控制理論來進行。直流馬達的優點是其轉矩與電流成正比，不論是在零轉速或高至額定轉速，均可輕易的經由控制獲得額定轉矩。本文中忽略電樞電阻和電樞電感的影響，位置閉迴路控制可簡化爲一二階線性系統，再依二階線性系統設計適應性控制器。

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

控制系統設計

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

適應性控制最大不同於一般傳統控制在於對未知受控場係數的估測，因此控制系統中必定需要一個適應性法則來負責估測參數，因此適應性控制系統設計便需要選擇一組適應性法則以及保證其對系統的穩定性。

設計適應性控制系統主要分爲三個步驟：

- 選擇包含可變係數的控制法則
- 選擇一個適應性法則用來調整控制法則的可變係數
- 分析控制系統收斂性

如果使用自主調整控制法來對一個線性系統設計適應性控制器來說，前面的兩個步驟是比較簡單的.，前面介紹的控制法則以及參數估測法則皆有效。而在設計參考模型適應性控制系統中，適應性控制器的設計通常是採用試誤法(trial and error)，有時候，這三個步驟皆是使用李亞布諾夫函式(Lyapunov function)。我們通常使用李亞布諾夫函數來設計控制法則和適應性法則，因此控制法則以及適應性法則設計通常是一件困難的事，相對來看分析適應性控制系統收斂性較爲簡單。

以下介紹一個基本輔助定理，此定理對於選擇適應性法則十分有用。

輔助定理：

討論下列動態方程式的兩個訊號 $e(t)$ 和 $\phi(t)$

$e(t) = H(p)[k\phi^T(t)v(t)]$ （ 式四）

這裡的 $e(t)$ 是個純量輸出訊號，$H(p)$ 是個嚴格正定實數轉移函數，k 是一個已知訊號的未知常係數，$\phi(t)$ 是個 $m\times 1$ 向量函數，$v(t)$ 是可量測的 $m\times 1$ 向量訊號，假如 $\phi(t)$ 的變化關係如下所示

$\dot{\phi}(t) = -\operatorname{sgn}(k)\gamma e v(t)$ （式五）

這裡的 k 是一個正的常數，$e(t)$ 和 $\phi(t)$ 是全域有界(global bounded)函數，而且，假設 $v(t)$ 是有界(bounded)的，則

$e(t) \to \infty$ 當 $t \to \infty$

注意到這裡的式四爲頻域與時域的混合表示式，這種混合表示式普遍出現在適應性控制文章中，以致後來使我們免於媒介變數的定義。

我們將式四改寫成狀態空間表示式

$\dot{x} = Ax + b[k\phi^T v]$（式六）

$e = c^T x$ （式七）

因爲 $H(p)$ 是嚴格正定實數轉移函數，由 Kalman-Yakubovich 輔助定理給定一個對稱正定矩陣 Q，存在另一個對稱正定矩陣 P 滿足

$A^T P + PA = -Q$

$Pb = c$

令 V 爲一個正定函數

$V[x,\phi] = x^T P x + \frac{|k|}{\gamma}\phi^T\phi$（式八）

對 V 微分

$$\dot{V} = x^T(PA + A^T P)x + 2x^T Pb(k\phi^T v) - 2\phi^T(kev)$$

$$= -x^T Qx \le 0$$

（式九）

因此，表示式四與式五表示的系統是全域穩定，式八和式九也隱喻 $e(t)$ 和 $\phi(t)$ 是全域有界 (global bounded)函數。

假如訊號 $v(t)$ 是有界的，由式六可知 $\dot{x}$ 也是有界的。這表示 $\dot{V}$ 爲一致連續的，因此其微分爲

$$\ddot{V}\ t = -2xQ\dot{x}$$

以上條件可由 Barbalat 輔助定理得知 $e(t)$ 會不對稱收斂至零。

有此可知式二和式三不僅保證 $e(t)$ 和 $\phi(t)$ 爲有界的，並保證全部狀態皆有界。

注意到狀態空間的實現可以是非極小相位的（可能具有不可觀測或是不可控制的模式），由 Meyer-Kalman-Yakubovich 輔助定理可知不可觀測與不可控制模式是穩定的。

受控場動態方程式：

$a_2\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0 y = u$ 式十

參考模型動態方程式

$$\alpha_2\ddot{y}_m + \alpha_1\dot{y}_m + \alpha_0 y_m = r$$

定義一個訊號如下

$$z(t) = \ddot{y}_m - \beta_1\dot{e} - \beta_0 e$$

這裡的參數 β_1 和 β_0 是正實數且需滿足穩定的 Hurwitz 多項式係數，加入 $-a_n z(t)$ 至式八後重新整理，我們可以重新組合受控場動態方程式如下：

$$a_2[\ddot{y} - z] = u - a_2 z - a_1\dot{y} - a_0 y$$

使用控制法則如下：

$$u = \hat{a}_2 z + \hat{a}_1\dot{y} + \hat{a}_0 y = v^T(t)\hat{a}(t)$$

$$v(t) = [z(t) \quad \dot{y} \quad y]^T$$

$$\hat{a}(t) = [\hat{a}_2 \quad \hat{a}_1 \quad \hat{a}_0]^T$$

令新變數 $a_n = a_n - a_n$

重新整理閉迴路誤差動態方程式爲狀態空間表示式

$$\dot{x} = Ax + b[(1/a_n)v^T\tilde{a}]$$

$$e = cx$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$c = [10]$$

討論 Lyapunov 函式

$$V(x, \tilde{a}) = x^T Px + \tilde{a}^T\Gamma^{-1}\tilde{a}$$

這裡的 P 和 爲對稱正定常數矩陣，且滿足如下條件：

$$A^T P + PA = -Q \qquad Q = Q^T > 0$$

計算 $\dot{V} = -x^T Qx + 2\tilde{a}^T vb^T Px + 2\tilde{a}^T\Gamma^{-1}\dot{\tilde{a}}$

因此，適應性法則

$$\dot{\tilde{a}} = -\Gamma vb^T Px$$

會使得 V 的微分變成

$$\dot{V} = -x^T Qx$$

經由 Barbalat 輔助定理可得知 x 的收斂性。因此這個適應性控制器使用的控制法則以及適應性法則，可使誤差以及其微分項收斂至零。而參數收斂條件則由向量 V 的連續刺激來表示。

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

結果討論

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

本文使用的硬體設備如下:

Microprocessor : PowerPC440 400MHz

OS : VxWorks 6.3

DAC : AD1866RZ　16Bit　$\pm$10V

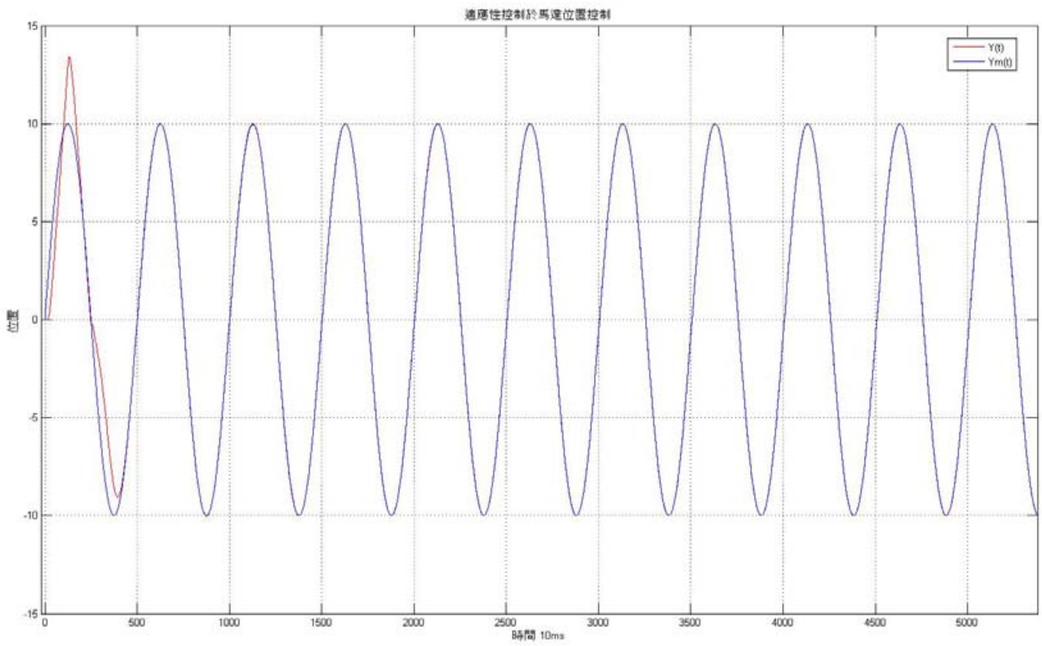
Incremental Encoder : 2500 P/r

將適應性控制器以軟體實現，並在 VxWorks RTOS 下以 Timer 產生 50us 的系統取樣時間，以振幅為 10 單位(360000 pulse) 週期為 5 秒的正絃波(sine wave)為參考輸入，每格 10ms 紀錄參數估測值，馬達回授值，參考輸入…，圖五-圖九為紀錄數據。

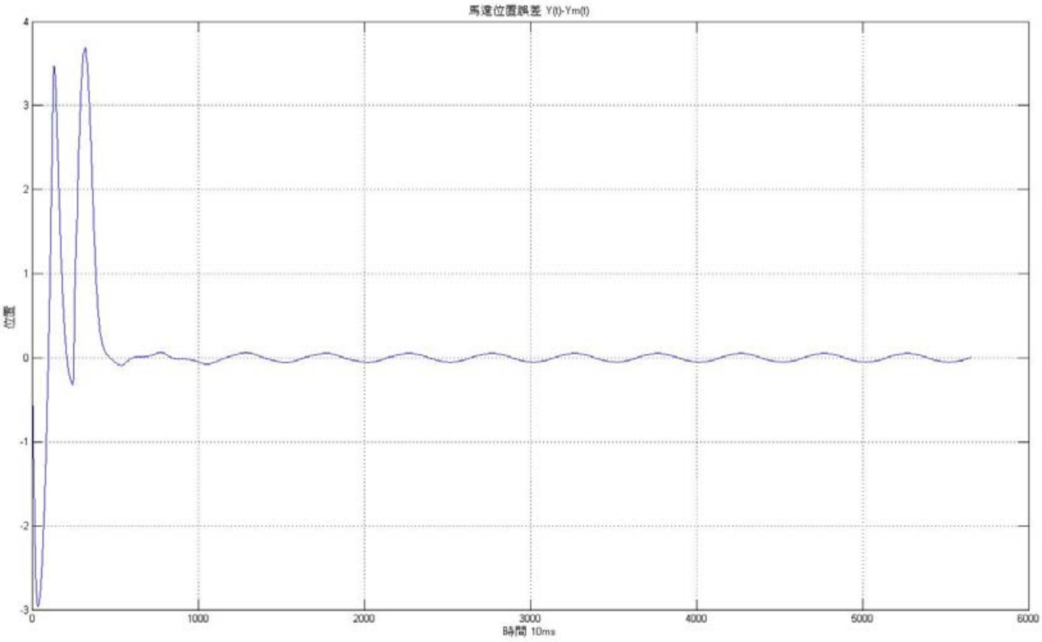
由圖五可以看到前面第一個週期系統響應有較大震盪，隨著參數的收斂，系統響應逐漸跟隨參考輸入，有圖一可看到此適應性控制器有良好的跟隨效果。

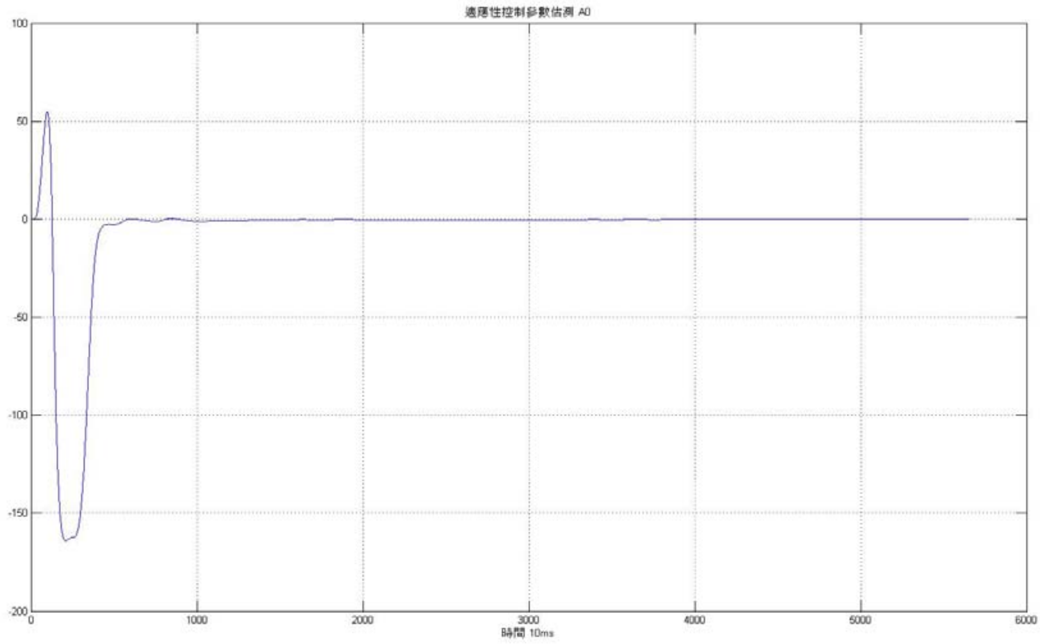
圖六為響應誤差圖，在參數收斂前誤差較大，隨參數收斂誤差逐漸收斂，而在馬達轉向時會產生較大的跟隨誤差，因此響應誤差圖也隨參考輸入頻率微福震盪。

圖七-圖九為受控場參數估測



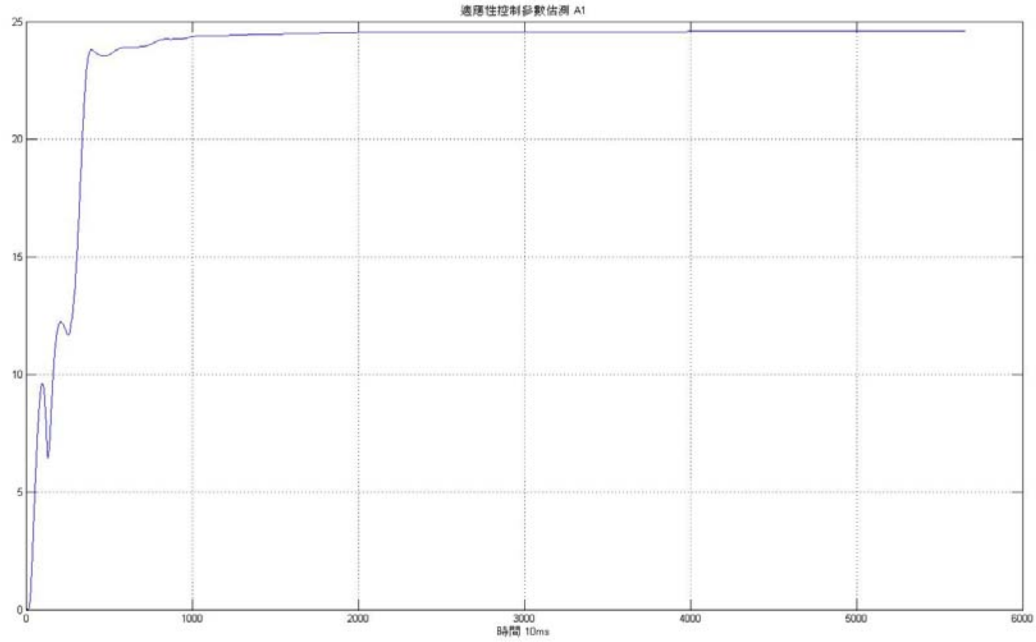
圖五 馬達回綬值及參考訊號

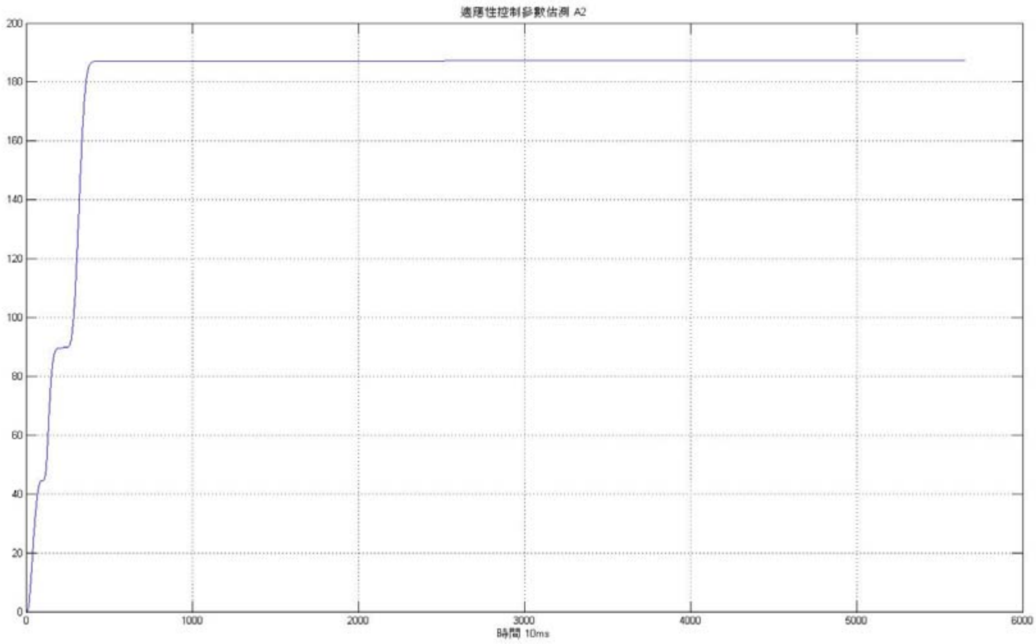




圖六 誤差值

圖七 A0 參數估測





圖八 A1 參數估測
圖九 A2 參數估測

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

參考資料

＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

JEAN_JACQUES E. SLOTINE, WEIPING LI”,Applied nonlinear control”. p311-p338.1991 Prentice-Hall, Inc.
劉昌煥, 交流電動機控制, 95 頁-71 頁,九十年 東華書局,